Εθνικό και Καποδιστριακό
Πανεπιστήμιο Αθηνών
Τμήμα Φυσικής

# Εισαγωγή στα Συστήματα Τηλεπικοινωνιών
## Συστήματα Παλμοκωδικής Διαμόρφωσης

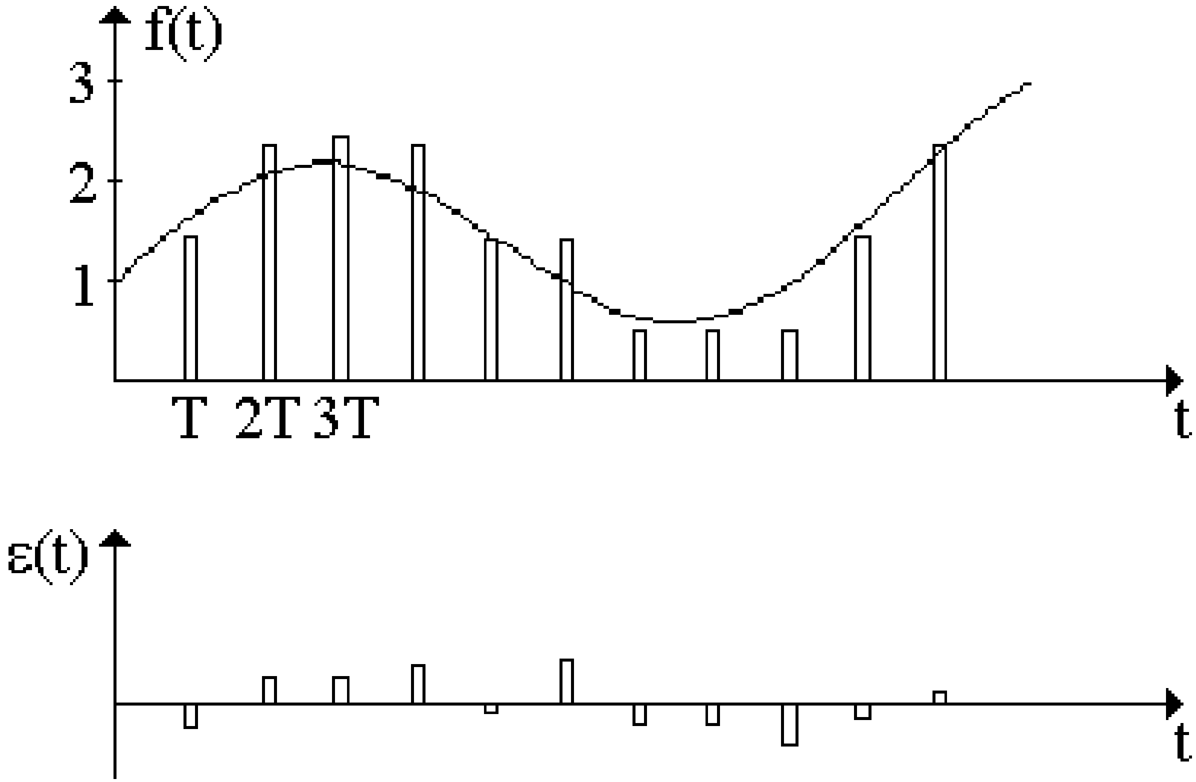
Καθηγητής Ι. Τίγκελης
itigelis@phys.uoa.gr

# ΚΒΑΝΤΙΣΗ

- Διαδικασία με την οποία οι διακριτές τιμές, τις οποίες έχει το σήμα μετά τη δειγματοληψία, περιορίζονται σε ένα μικρό αριθμό, που λέγονται **στάθμες** ή **τιμές κβάντισης**.
- Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σταθμών ονομάζεται **βήμα κβάντισης**. Όταν το βήμα είναι σταθερό η κβάντιση λέγεται **ομοιόμορφη**.
- Οι διαφορές μεταξύ των πραγματικών τιμών του σήματος και των τιμών κβάντισης ονομάζεται **σφάλμα** ή **θόρυβος κβάντισης**, το οποίο δεν διορθώνεται ποτέ.
- Οι ηλεκτρονικές συσκευές, που εκτελούν την πράξη της κβάντισης, λέγονται **κβαντιστές**.

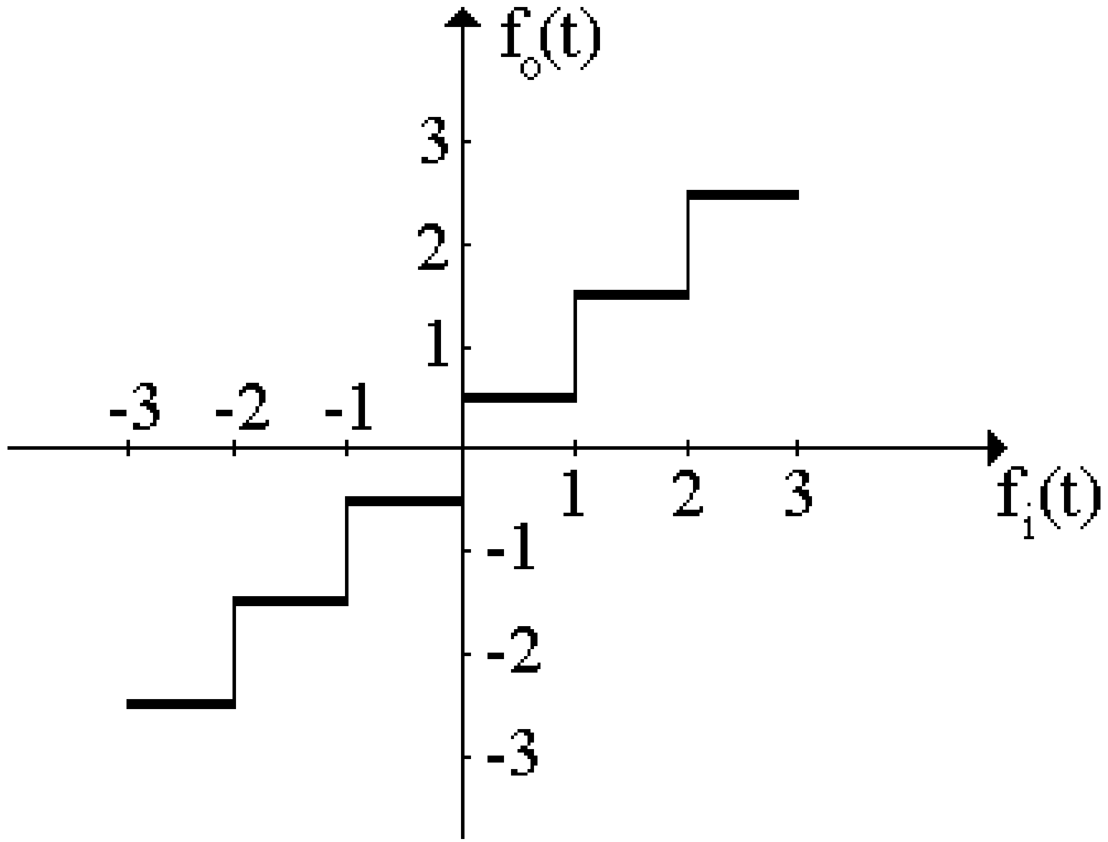
# ΚΒΑΝΤΙΣΗ

- Αναλογικό σήμα εισόδου, σήμα στην έξοδο του κβαντιστή και το σφάλμα κβάντισης



# ΚΒΑΝΤΙΣΗ

- Χαρακτηριστική εισόδου-εξόδου ενός κβαντιστή



# ΚΒΑΝΤΙΣΗ

- Πλεονεκτήματα:
  - Όταν υπάρχει προσθετικός θόρυβος στο κανάλι και είναι μικρός (μικρότερος από μισό βήμα κβάντισης), τότε μια νέα κβάντιση θα τον εξαλείψει εντελώς.
  - Στην πράξη, ο θόρυβος μεγαλώνει με την απόσταση. Όμως, η ύπαρξη κβαντιστών σε κατάλληλα διαστήματα στο κανάλι εξαλείφει πλήρως την επίδραση του θορύβου.
  - Δυνατότητα κωδικοποίησης των τιμών κβάντισης.
- Στην πράξη, ο αριθμός των τιμών κβάντισης παίζει ρόλο στην παραμόρφωση του σήματος. Π.χ. στην έγχρωμη τηλεόραση 512 στάθμες δίνουν εξαιρετικά αποτελέσματα, ενώ με 64 στάθμες προκύπτει μια απλά υποφερτή εικόνα.

# ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

- Διαδικασία με την οποία οι τιμές/στάθμες ενός κβαντιστή κωδικοποιούνται με τον δυαδικό κώδικα.
- Σύμφωνα με αυτόν όλοι οι ακέραιοι αριθμοί μπορούν να γραφούν στη μορφή:

$$N = \sum_{i=0}^{m} k_i 2^i$$

όπου οι συντελεστές $k_i$ ($i$=0, 1, 2, …, $m$) μπορούν να είναι είτε 0 ή 1.

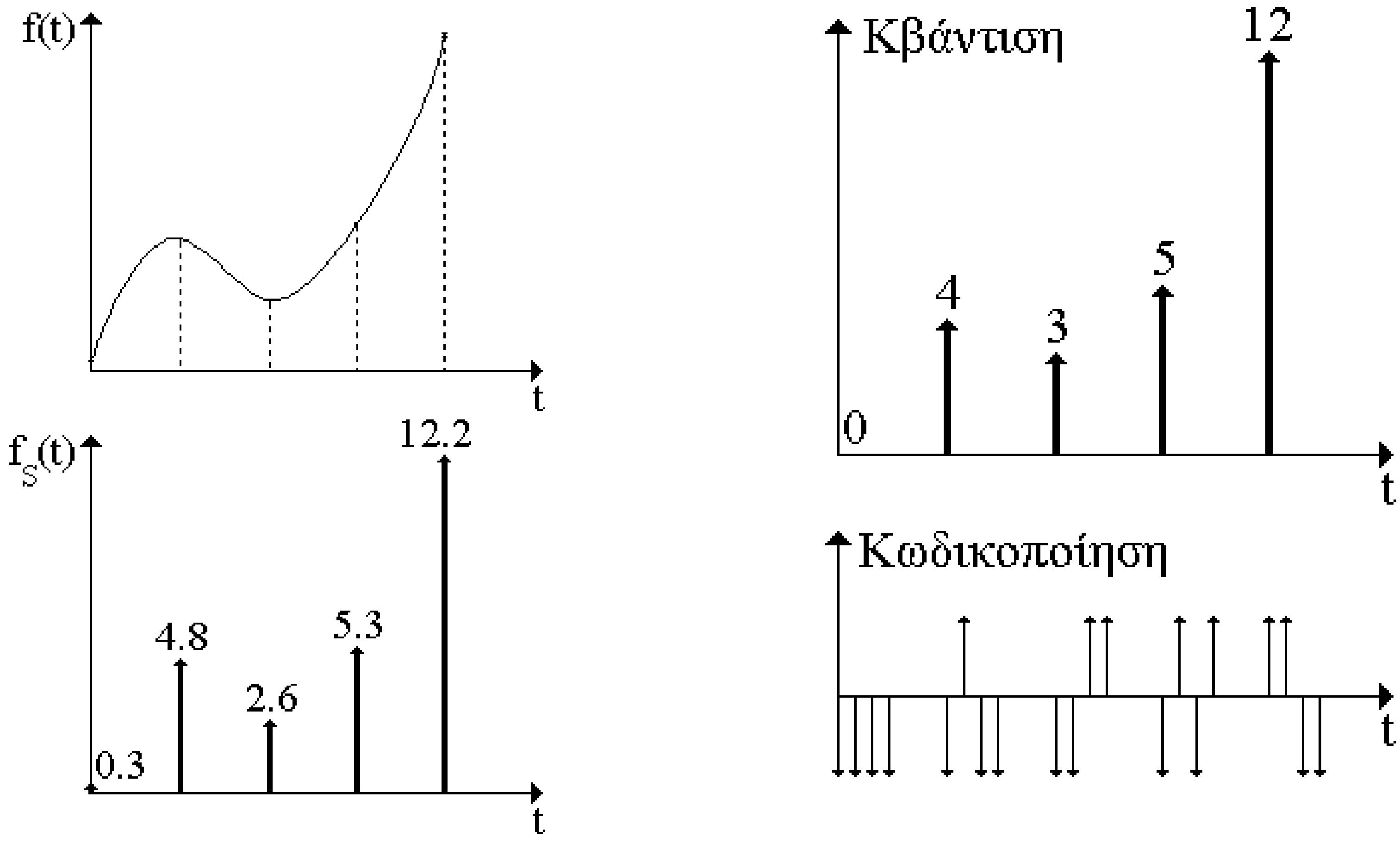
- Αντί να σταλεί ένας παλμός με πλάτος ανάλογο με την τιμή ενός δείγματος, στέλνεται μια σειρά παλμών που μπορούν να πάρουν δύο μόνο δυνατές τιμές.

# ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

- Χωρίς κβάντιση και κωδικοποίηση, ο δέκτης πρέπει να αποφασίσει ποια από τις άπειρες δυνατές τιμές έχει φτάσει μαζί με τον προσθετικό θόρυβο από το κανάλι, την κεραία και τις άλλες συσκευές επεξεργασίας.
- Με την ύπαρξη αυτών των δύο πρέπει να αποφασίσει σε περιορισμένο τμήμα του χρόνου αν υπάρχει παλμός ή μη.
- <u>Φυσικά, αυτό που κερδίζεται δεν γίνεται ανέξοδα.</u>
- Κάθε δείγμα απαιτεί περισσότερα τμήματα του χρόνου και περιορίζει τον αριθμό σημάτων, που μπορούν να σταλούν σε σύστημα πολυπλεξίας με διαίρεση χρόνου.
- Οι συσκευές κωδικοποίησης και αποκωδικοποίησης είναι πιο πολύπλοκες και πιο ακριβές.

# ΚΒΑΝΤΙΣΗ & ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

- Σύστημα κβάντισης και κωδικοποίησης

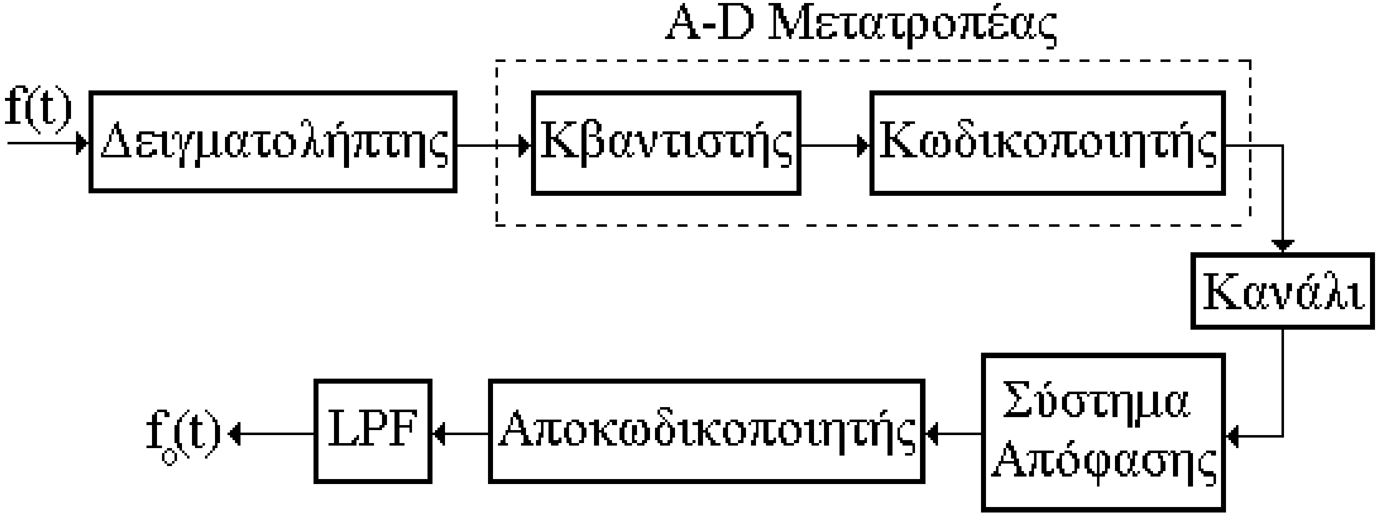


# ΣΥΣΤΗΜΑ PCM

- Στο σύστημα αυτό (Pulse Code Modulation, PCM), το σήμα πληροφορίας υφίσταται κατά σειρά δειγματοληψία, κβάντιση και κωδικοποίηση.
- Αν δεν έχει κωδικοποιητή, τότε πρόκειται για διαμόρφωση πλάτους παλμών με κβάντιση.
- Οι παλμοί έχουν συνήθως χαμηλό αρμονικό περιεχόμενο και άρα το κανάλι πρέπει να έχει παρόμοιο εύρος ζώνης.
- Σε περίπτωση που το κανάλι είναι ασύρματο, τότε το σήμα μετά την κωδικοποίηση πρέπει να μεταδοθεί με ένα από τα γνωστά συστήματα AM ή FM (σύστημα ASK, FSK, PSK).

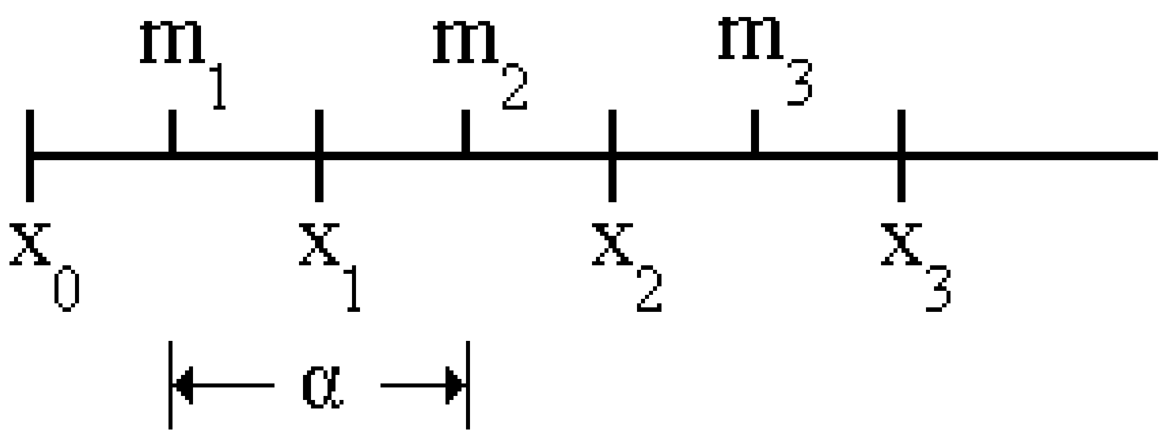
# ΣΥΣΤΗΜΑ PCM

- Στον δέκτη, το σήμα περνά από το σύστημα απόφασης πρώτα, όπου αποφασίζεται αν υπάρχει παλμός ή όχι.
- Στη συνέχεια, ομάδες παλμών περνούν από τον αποκωδικοποιητή και τελικά το σήμα μετατρέπεται σε αναλογικό με τη βοήθεια ενός χαμηλοπερατού φίλτρου.



# ΘΟΡΥΒΟΣ ή ΣΦΑΛΜΑ ΚΒΑΝΤΙΣΗΣ

- Έστω ότι η από κορυφή σε κορυφή τιμή ενός σήματος $x(t)$ διαιρείται σε $M$ ισαπέχοντα διαστήματα πλάτους α.
- Στο κέντρο κάθε διαστήματος τοποθετείται μια στάθμη κβάντισης και συμβολίζονται με $m_1$, $m_2$, ..., $m_M$.



# ΘΟΡΥΒΟΣ ή ΣΦΑΛΜΑ ΚΒΑΝΤΙΣΗΣ

- Όταν το δείγμα του $x(t)$ βρίσκεται στο διάστημα $(x_{i-1}, x_i]$, η έξοδος του κβαντιστή είναι $m_i$, με $i = 1, 2, ..., M-1$.
- Το σφάλμα κβάντισης για το συγκεκριμένο δείγμα είναι $e(t) = x(t) - m_i$.
- Αν $f(x)dx$ είναι η πιθανότητα της τιμής του σήματος $x(t)$ να βρίσκεται στο διάστημα $[x-(dx/2)]$ και $[x+(dx/2)]$, τότε η μέση τετραγωνική τιμή του σφάλματος κβάντισης είναι:

$$\overline{e^2} = N_q = \sum_{i=1}^{M} \int_{m_i - \frac{a}{2}}^{m_i + \frac{a}{2}} \left(x - m_i\right)^2 f(x)dx$$

# ΘΟΡΥΒΟΣ ή ΣΦΑΛΜΑ ΚΒΑΝΤΙΣΗΣ

- Η συνάρτηση της πυκνότητας πιθανότητας $f(x)$ του $x(t)$ δεν είναι σταθερή.
- Όμως, στο διάστημα ολοκλήρωσης από $[m_i - (\alpha/2)]$ έως $[m_i + (\alpha/2)]$ μπορεί να υποτεθεί ότι η τιμή του $f(x)$ είναι σταθερή και ίση με $f_i$, ειδικά στην περίπτωση που το $M$ είναι μεγάλο και συνεπώς το βήμα κβάντισης $\alpha$ αρκετά μικρότερο του $V_{pp}$. Τότε, η τελευταία σχέση γράφεται:

$$N_q = \sum_{i=1}^{M} f_i \int_{-a/2}^{a/2} \xi^2 d\xi = \sum_{i=1}^{M} f_i \frac{2}{3}\left(\frac{a}{2}\right)^3 = \sum_{i=1}^{M} f_i \frac{a^3}{12} = \frac{a^2}{12}, \quad \sum_{i=1}^{M} f_i a = 1$$

όπου $f_i\alpha$ είναι η πιθανότητα του $x(t)$ να βρίσκεται στο $i$-οστό διάστημα.

# ΙΣΧΥΣ ΣΗΜΑΤΟΣ ΚΒΑΝΤΙΣΗΣ

- Η μέση τετραγωνική τιμή του σήματος στην έξοδο του κβαντιστή δίνεται από την σχέση:

$$\overline{x_q^2(t)} = \sum_{i=1}^{M} m_i^2 \int_{m_i - \frac{a}{2}}^{m_i + \frac{a}{2}} f(x)dx$$

- Για απλοποίηση θεωρείται ότι το $x(t)$ έχει ομοιόμορφη πυκνότητα πιθανότητας στο διάστημα $(-V_{pp}/2,\ V_{pp}/2)$, οπότε $f(x) = 1/V_{pp}$ και η τελευταία σχέση γράφεται:

$$\overline{x_q^2(t)} = \frac{1}{V_{pp}} a \sum_{i=1}^{M} m_i^2$$

# ΙΣΧΥΣ ΣΗΜΑΤΟΣ ΚΒΑΝΤΙΣΗΣ

- Όμως:

$$m_i = -\frac{V_{pp}}{2} + ia - \frac{a}{2} = -\frac{Ma}{2} + ia - \frac{a}{2}$$

$$m_i^2 = \frac{(M+1)^2 a^2}{4} + i^2 a^2 - (M+1) i a^2$$

- Από τη θεωρία των σειρών είναι γνωστό ότι:

$$\sum_{i=1}^{M} i = \frac{M(M+1)}{2} \qquad \sum_{i=1}^{M} i^2 = \frac{M(M+1)(2M+1)}{6}$$

# ΙΣΧΥΣ ΣΗΜΑΤΟΣ ΚΒΑΝΤΙΣΗΣ & SNR

- Τότε η μέση τετραγωνική τιμή του σήματος στην έξοδο του κβαντιστή είναι:

$$\overline{x_q^2(t)} = S_q = \frac{1}{M}\left[\frac{M(M+1)^2 a^2}{4} - \frac{M(M+1)^2 a^2}{2} + \frac{M(M+1)(2M+1)a^2}{6}\right] = \frac{a^2}{12}(M^2-1)$$

- Συνεπώς, ο λόγος σήμα-προς-θόρυβο στην έξοδο του κβαντιστή είναι ($n$ ο αριθμός των *bits*):

$$SNR_q = M^2 - 1 = 2^{2n} - 1$$

$$SNR_q\left[\mathrm{dB}\right] = 10\log_{10}(2^{2n}-1), \quad SNR_q\left[\mathrm{dB}\right] \approx 6n, \text{ για } n \geq 5$$

# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

Σύστημα PCM των 9-*bit* έχει ομοιόμορφο συμμετρικό κβαντιστή με μέγιστη στάθμη 2.5$\sigma$, όπου $\sigma$ είναι η τυπική απόκλιση του αναλογικού σήματος πληροφορίας $x(t)$. Η πυκνότητα του φάσματος ισχύος του $x(t)$ είναι:

$$S_X(f) = \begin{cases} \dfrac{A_0^2}{W}\cos^2\left(\dfrac{\pi f}{W}\right) & , \quad |f| < W \\ 0 & , \quad |f| > W \end{cases}$$

με $A_0$ = 5 V, $W$ = 5 kHz, $\mathbf{E}[x(t)] = 0$.

Για την κωδικοποίηση χρησιμοποιείται απλός δυαδικός κώδικας, όπου η πιο αρνητική στάθμη -2.5$\sigma$ κωδικοποιείται με όλα τα ψηφία της «0».

# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

α) Να υπολογιστεί η μέση τετραγωνική τιμή του θορύβου κβάντισης και ο λόγος σήματος-προς-θόρυβο κβάντισης $SNR_q$ σε dB.

β) Να βρεθεί η κωδικοποίηση των δειγμάτων του $x(t)$ 0.606, 2.6, -4.06 και 8.69 V.

**Λύση**

Επειδή $n = 9 \Rightarrow M = 2^n = 512$ στάθμες κβάντισης και το βήμα κβάντισης δίνεται από την σχέση:

$$a = \frac{2V_{\max}}{M-1} = \frac{2m\sigma}{M-1}, \quad V_{\max} = \frac{V_{pp}}{2} - \frac{a}{2}$$

# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

α) Η μέση τετραγωνική τιμή του σήματος πληροφορίας δίνεται από την σχέση:

$$\overline{x^2(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} S_X(f)df = \frac{A_0^2}{W}\int_{-W}^{W}\cos^2\left(\frac{\pi f}{W}\right)df = \frac{A_0^2}{W}\frac{W}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\cos^2 y dy = A_0^2$$

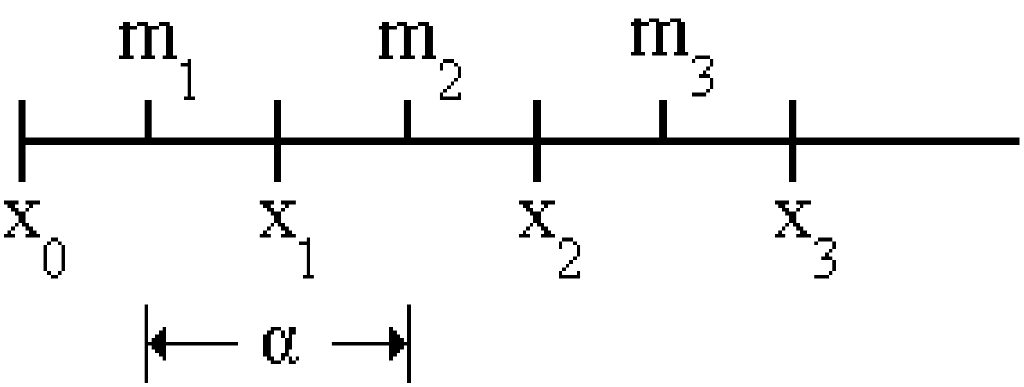
επομένως $\sigma = A_0 = 5$ V $\Rightarrow V_{\max} = 12.5$ V $\Rightarrow \alpha = 0.0489$ V $\Rightarrow$ $V_{pp} = 25.0489$ V. Επομένως η μέση τετραγωνική τιμή του θορύβου κβάντισης είναι:

$$N_q = \frac{a^2}{12} = 1.99\times 10^{-4} \text{ V}^2$$

Για την εύρεση του $SNR_q$ θα χρησιμοποιηθεί ο συνοπτικός τύπος $SNR_q \approx 6n = 54$ dB, ενώ ο ακριβής δίνει 54.18 dB.

# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

β) Για την κωδικοποίηση των δειγμάτων είναι φανερό ότι όλα τα δείγματα $x_k$ ικανοποιούν την σχέση $|x_k| \leq V_{pp}/2$. Από το παρακάτω σχήμα είναι φανερό ότι:




$$x_0 = -\frac{V_{pp}}{2}$$

$$x_i = -\frac{V_{pp}}{2} + ia$$

$$m_i = -\frac{V_{pp}}{2} + ia - \frac{a}{2}, i = 1, 2, 3, \ldots, M$$

# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

Για το πρώτο δείγμα $x(t_1) = 0.606$ V ισχύει:

$$\frac{x(t_1) - (-V_{pp}/2)}{a} = 268.52$$

δηλαδή το δείγμα βρίσκεται στο 269ο διάστημα κβάντισης, στο οποίο υπάρχει η 269η στάθμη με κωδικό αριθμό «268», αφού η 1η στάθμη, που βρίσκεται στο διάστημα [0, $\alpha$], έχει κωδικό «0» .

Ο αριθμός «268» στο δυαδικό σύστημα γράφεται:

$268 = 256 + 12 = 2^8 + 2^3 + 2^2$

δηλαδή έχει κωδική λέξη 100001100.

# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

Ανάλογα για τα υπόλοιπα δείγματα:

$$\frac{2.6 + 12.52445}{0.0489} = 309.29$$

$\rightarrow$ 310$^{ο}$ διάστημα $\rightarrow$ 310$^{η}$ στάθμη $\rightarrow$ «309» κωδική λέξη $\rightarrow$ $309 = 256 + 32 + 16 + 4 + 1 = 2^8 + 2^5 + 2^4 + 2^2 + 2^0 \rightarrow$ 100110101

$$\frac{-4.06 + 12.52445}{0.0489} = 173.09$$

$\rightarrow$ 174$^{ο}$ διάστημα $\rightarrow$ 174$^{η}$ στάθμη $\rightarrow$ «173» κωδική λέξη $\rightarrow$ $173 = 128 + 32 + 13 = 2^7 + 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^0 \rightarrow$ 010101101

# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

$$\frac{8.69+12.52445}{0.0489} = 433.83$$

→ 434ο διάστημα → 434η στάθμη → «433» κωδική λέξη → $433 = 256 + 128 + 32 + 16 + 1 = 2^8 + 2^7 + 2^5 + 2^4 + 2^0$ → 110110001

Ένα δείγμα -8.69 V θα είχε κωδική λέξη 001001110 (γιατί?).

# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

Για το σήμα $x(t)$ με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x)=\begin{cases} ke^{-|x|}, & |x|<4 \\ 0, & |x|>4 \end{cases}$$

να βρείτε τη σταθερά $k$. Αν το σήμα υφίσταται ομοιόμορφη συμμετρική κβάντιση και $m_i$ ($i$ = 1, 2, 3, 4) είναι οι τέσσερις στάθμες κβάντισης, να υπολογιστούν το βήμα κβάντισης καθώς και η μέση τετραγωνική τιμή του σφάλματος κβάντισης.

**Λύση**

Από την σχέση $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx=1$ (γιατί??) βρίσκεται η σταθερά $k$.

# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

$$k\int_{-4}^{0} e^{x}dx + k\int_{0}^{4} e^{-x}dx = 1 \Rightarrow k(e^{0}-e^{-4}) - k(e^{-4}-e^{0}) = 1 \Rightarrow \underline{k = \frac{1}{2(1-e^{-4})}}$$

$$V_{pp} = 8 \ \Rightarrow \ a = \frac{V_{pp}}{M} = \frac{8}{4} = 2 \text{ V} \qquad N_q = \sum_{i=1}^{4} \int_{m_i - a/2}^{m_i + a/2} (x-m_i)^2 f(x)dx$$

$$N_q = \int_{-4}^{-2} (x+3)^2 e^{x}dx + \int_{-2}^{-0} (x+1)^2 e^{x}dx + \int_{0}^{2} (x-1)^2 e^{-x}dx + \int_{2}^{4} (x-3)^2 e^{-x}dx$$

$$N_q = (e^{-2} - 5e^{-4} + 1 - 5e^{-2} + 1 - 5e^{-2} + e^{-2} - 5e^{-4})k = \frac{1-4e^{-2}-5e^{-4}}{1-e^{-4}}$$

$$\int (x+a)^2 e^{tx}dx = \frac{1}{t}(x+a)^2 e^{tx} - \frac{2}{t^2}(x+a)e^{tx} + \frac{2}{t^3}e^{tx}$$

# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3

Ένα σήμα $x(t)$ διαμορφώνεται κατά PCM με μέγιστη τιμή πλάτους του κβαντιστή $V_{\mathrm{max}}$ = 1.53 V και με την απαίτηση ο λόγος σήματος-προς-θόρυβο στην έξοδο του κβαντιστή να υπερβαίνει τα 51 dB. Να βρεθούν πόσες στάθμες κβάντισης απαιτούνται καθώς και πως κωδικοποιούνται τα δείγματα με τιμές 1.522, 1.27, -1.27, -1.522, 1.529 και -1.529 V.

**Λύση**

Προφανώς θα χρησιμοποιηθεί η γενική σχέση $SNR_q = M^2 - 1$ $\Rightarrow 10\log_{10}(M^2 - 1) \geq 51$ dB $\Rightarrow M \geq 354 \Rightarrow M = 512$ στάθμες κβάντισης, δηλαδή $n = 9$ (9-*bit PCM*).

# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3

$$2V_{\max} = V_{pp} - a = (M-1)a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2V_{\max}}{M-1} = \frac{2\times 1.53}{511} = 5.988 \text{ mV}$$

$$V_{pp} = M \cdot a = 3.066 \text{ V} \Rightarrow V_{pp}/2 = 1.533 \text{ V}$$

$$x(t_1) = 1.522 \text{ V} \ \Rightarrow \ \frac{x(t_1) - (-V_{pp}/2)}{a} = 510.18$$

$\rightarrow$ 511$^{\text{ο}}$ διάστημα $\rightarrow$ 511$^{\text{η}}$ στάθμη $\rightarrow$ «510» κωδική λέξη $\rightarrow$
510 = $2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1$ $\rightarrow$ 111111110

Ανάλογα και για τα υπόλοιπα δείγματα μπορείτε να βρείτε τις κωδικές τους λέξεις 111010100, 000101011, 000000001, 000000000, 111111111.

# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4

Ένα κανάλι μεταφέρει φωνή με συχνότητες στην περιοχή 50 – 3300 Hz. Η εκπομπή γίνεται με σύστημα PAM ή PCM και η συχνότητα δειγματοληψίας είναι 8 kHz.

α) Ποιο είναι το ελάχιστο εύρος ζώνης του καναλιού για το σύστημα PAM;

β) Αν στο σύστημα PCM οι παλμοί κωδικοποιούνται σε 8 στάθμες και εκπέμπονται σαν δυαδικοί παλμοί, να βρεθεί το απαιτούμενο εύρος ζώνης.

γ) Να επαναλάβετε το ερώτημα (β) για $M = 128$ επίπεδα. Να συγκρίνετε τον θόρυβο κβάντισης στις δύο περιπτώσεις.

# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4

**Λύση**

Η συχνότητα δειγματοληψίας είναι $f_S$ = 8 KHz.

α) Το ελάχιστο εύρος ζώνης του καναλιού για το σύστημα PAM είναι $B_{PAM} = f_S/2 = 4$ kHz.

β) Στο σύστημα PCM ο αριθμός των σταθμών είναι $M = 8$ $\Rightarrow n = 3 \Rightarrow B_{PCM} = nB_{PAM} = 12$ kHz.

γ) Όταν $M = 128 \Rightarrow n = 7 \Rightarrow B_{PCM} = 28$ kHz επίπεδα.

Τέλος, όσον αφορά τον θόρυβο κβάντισης ο λόγος των περιπτώσεων (β) και (γ) είναι:

$$\frac{N_{q(\beta)}}{N_{q(\gamma)}} = \left(\frac{a_\beta}{a_\gamma}\right)^2 = \left(\frac{M_\gamma}{M_\beta}\right)^2 = 256$$

# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5

Ένα σήμα με εύρος ζώνης συχνοτήτων 100 - 4000 Hz περιορίζεται σε μια τάση με $V_{pp}$ = 3 V. Το σήμα υφίσταται δειγματοληψία με συχνότητα 8 kHz και τα δείγματά του κωδικοποιούνται σε $M$ = 64 ισαπέχοντα επίπεδα. Να υπολογιστούν το απαιτούμενο εύρος ζώνης μετάδοσης και ο λόγος σήματος-προς-θόρυβο κβάντισης σε dB.

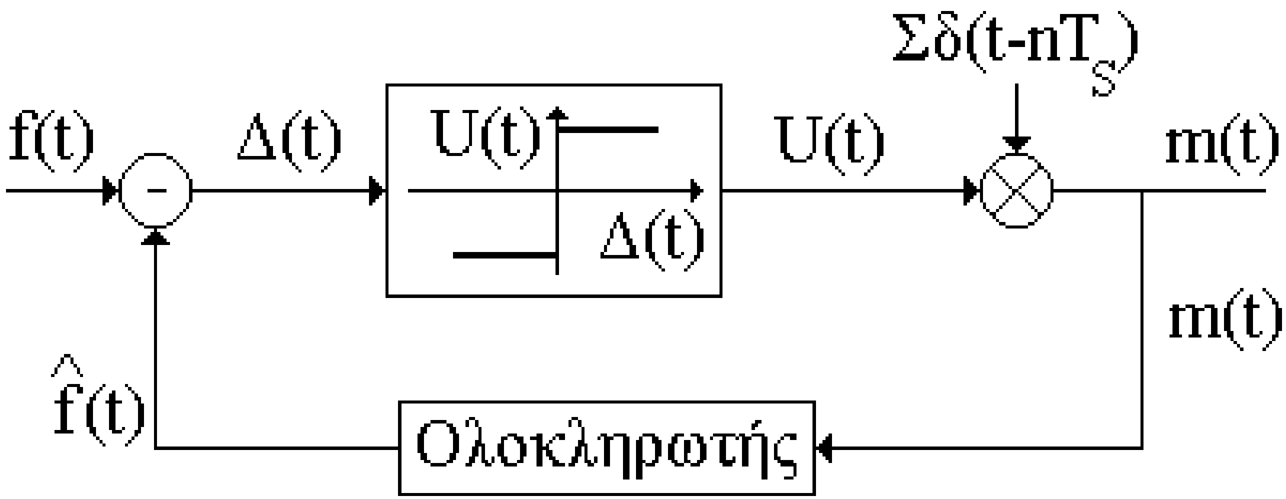
**Λύση**

$M = 64 \Rightarrow n = 6 \Rightarrow B = nB_{\mathrm{PAM}} = nf_S/2 = 24\ \mathrm{kHz}$

$SNR_q = M^2 - 1 = 4095 \Rightarrow SNR_q = 36.12\ \mathrm{dB}$

# ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΔΕΛΤΑ

- Στο σύστημα PCM οι παλμοί μεταφέρουν πληροφορία ανάλογη με τις τιμές του σήματος.
- Στο σύστημα διαμόρφωσης Δέλτα οι παλμοί μεταφέρουν πληροφορία ανάλογη με τη μεταβολή των τιμών του σήματος.

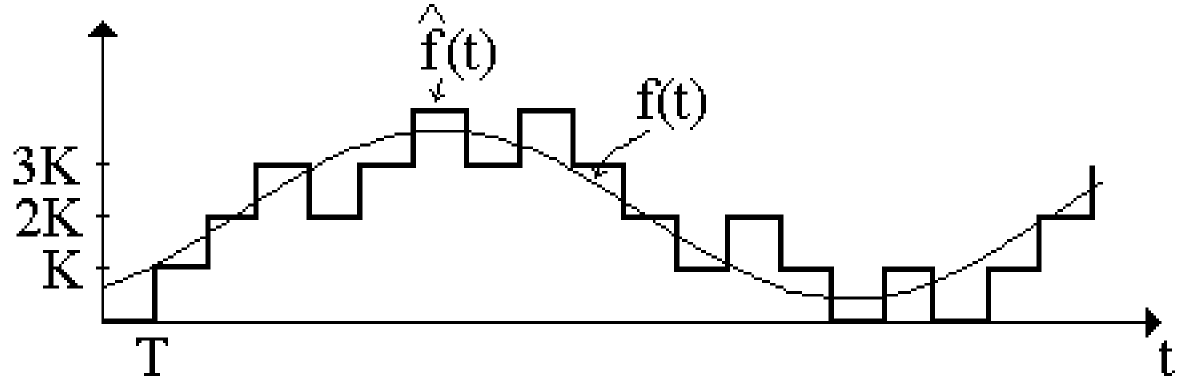


# ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΔΕΛΤΑ

- Το σήμα πληροφορίας $f(t)$ αφαιρείται πρώτα από το $\hat{f}(t)$, που αποτελεί προσέγγιση του $f(t)$.
- Η διαφορά τους $\Delta(t)$ εισέρχεται σε έναν κβαντιστή και η έξοδος του είναι +1 (αντ. -1) όταν το $\Delta(t) > 0$ (αντ. $< 0$).
- Στη συνέχεια, το σήμα αυτό πολλαπλασιάζεται με μια περιοδική σειρά από συναρτήσεις δέλτα (στην πράξη στενούς παλμούς) με περίοδο $T$.
- Το τελικό σήμα $m(t)$ είναι σειρά παλμών με τιμή $\pm 1$, που μεταφέρουν πληροφορία ανάλογη με τις μεταβολές του $f(t)$.
- Τέλος, το σήμα $m(t)$ επιστρέφει και ολοκληρώνεται.

# ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΔΕΛΤΑ

- Έστω ότι το $f(t)$ έχει τη μορφή του συνεχούς σήματος του σχήματος




- Στην αρχή, για $t = 0$ $\hat{f}(t) = 0$ και το $\Delta(t) > 0$. Άρα, $U(t) = 1$, οπότε το $m(t)$ έχει θετικό παλμό. Το ολοκλήρωμα του $m(t)$ (η επιφάνεια κάτω από τον πρώτο παλμό) είναι θετικό και το $\hat{f}(t)$ ανεβαίνει στην τιμή $K$, που αντιστοιχεί στην τιμή της θετικής επιφάνειας του πρώτου παλμού.

# ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΔΕΛΤΑ

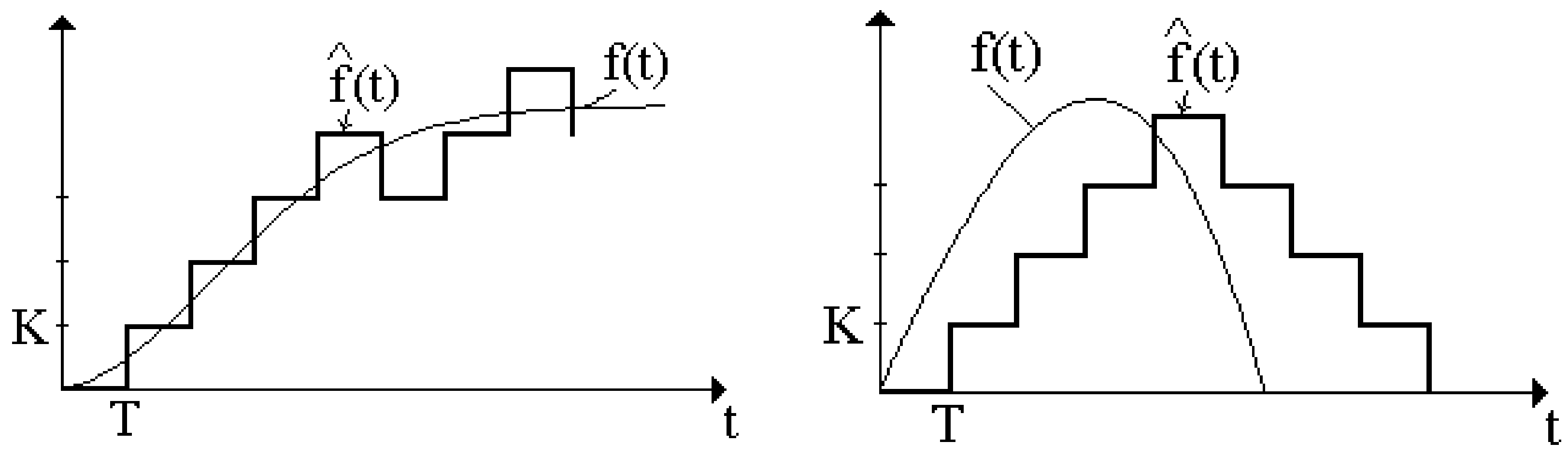
- Έπειτα, το $f(t)$ είναι πάλι μεγαλύτερο από το $\hat{f}(t)$, δηλαδή $\Delta(t) > 0$, οπότε $U(t) = 1$ και πάλι θετικός παλμός στο $m(t)$, επομένως το $\hat{f}(t)$ ανεβαίνει στο νέο ύψος 2Κ.
- Το ίδιο συμβαίνει και στο επόμενο βήμα.
- Στο τέταρτο βήμα $\hat{f}(t) > f(t)$ ($\Delta(t) < 0$), οπότε U(t) = -1, και ο παλμός του $m(t)$ είναι αρνητικός. Τότε, η επιφάνεια του αρνητικού παλμού είναι αρνητική και το $\hat{f}(t)$ πέφτει.
- Έτσι, γίνεται φανερό ότι το $\hat{f}(t)$ αποτελεί μια αρκετά καλή προσέγγιση του $f(t)$.

# ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΔΕΛΤΑ

- Ο δέκτης είναι ένας ολοκληρωτής, που δημιουργεί μια νέα προσέγγιση του αρχικού σήματος, και ένα χαμηλοπερατό φίλτρο εξομαλύνει τις απότομες αλλαγές και προσεγγίζει ακόμα καλύτερα το αρχικό σήμα.
- Αλλά, αφού $\hat{f}(t) \approx f(t)$, τότε οι παλμοί του σήματος $m(t)$ μεταφέρουν πληροφορίες για τις μεταβολές του $f(t)$.
- Το σύστημα διαμόρφωσης Δέλτα είναι πολύ δημοφιλές, γιατί είναι απλό, φτηνό και δεν χρειάζεται πολύπλοκες συσκευές κωδικοποίησης.

# ΥΠΕΡΦΟΡΤΩΣΗ ΚΛΙΣΗΣ

- Παρουσιάζει όμως μερικά προβλήματα με σημαντικότερο την υπερφόρτωση κλίσης (*overloading*).
- Στο δεξιό σχήμα το $\hat{f}(t)$ δεν μπορεί να παρακολουθήσει σωστά το $f(t)$, όπως γίνεται με το αριστερό σχήμα.



# ΥΠΕΡΦΟΡΤΩΣΗ ΚΛΙΣΗΣ

- Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η κλίση του συστήματος διαμόρφωσης Δέλτα ($K/T$) είναι πολύ διαφορετική από εκείνη του σήματος $f(t)$.
- Προφανώς, σε κάθε σύστημα διαμόρφωσης Δέλτα η περίοδος $T$ και το πλάτος $K$, που καθορίζουν την κλίση του $\hat{f}(t)$, μπορούν να επιλεγούν κατάλληλα ώστε να λυθεί το πρόβλημα της υπερφόρτωσης κλίσης.

# ADAPTIVE DELTA KAI DSM

- Μερικά συστήματα διαμόρφωσης Δέλτα έχουν την ικανότητα να αλλάζουν αυτόματα την κλίση τους ανάλογα με τις αλλαγές της κλίσης του σήματος, δηλαδή αυτο-προσαρμόζονται. Αυτό γίνεται με βοηθητικά κυκλώματα, τα οποία παρακολουθούν τη διαφορά των $f(t)$ και $\hat{f}(t)$.

  Τα συστήματα αυτά λέγονται Αυτοπροσαρμοζόμενα Δέλτα Συστήματα (Adaptive Delta).

- Η διαμόρφωση Δέλτα είναι ακατάλληλη για την εκπομπή σημάτων που περιέχουν και συνεχή συνιστώσα.

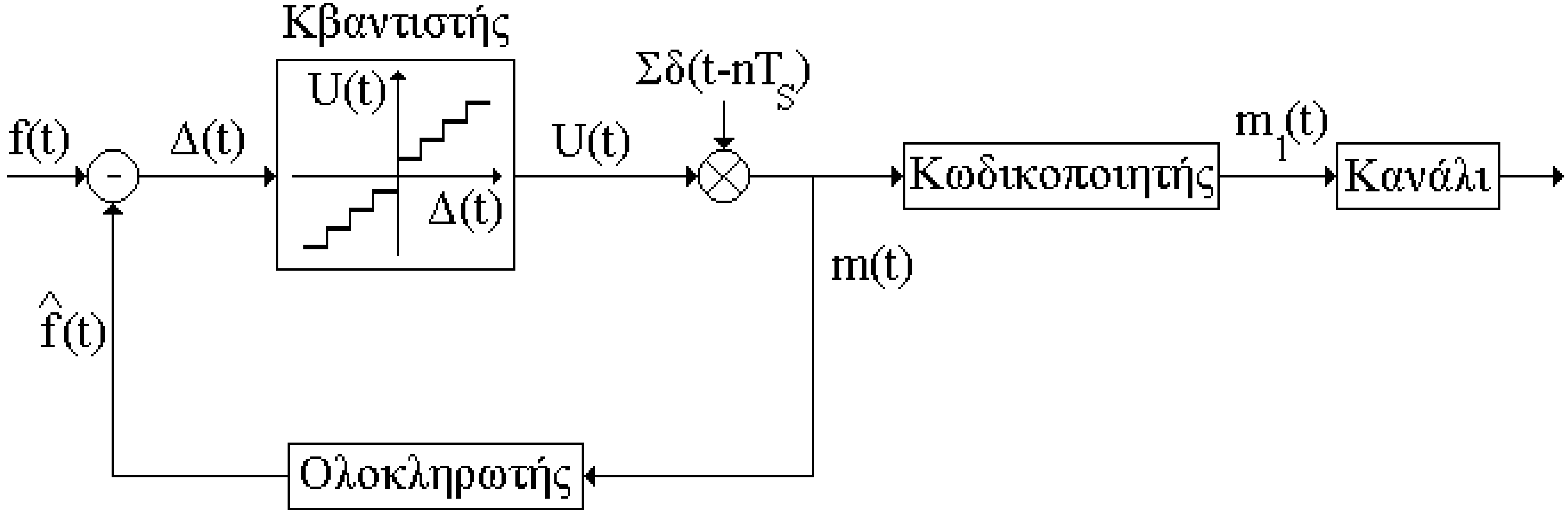
  Το πρόβλημα λύνεται αν το $f(t)$, πριν εισαχθεί στον πομπό, περάσει από έναν ολοκληρωτή (Delta Sigma Modulation).

# DELTA PCM

- Το σύστημα αυτό είναι μια παραλλαγή του συστήματος διαμόρφωσης Δέλτα σε συνδυασμό με το PCM, για το λόγο αυτό συχνά ονομάζεται και D-PCM.
- Ο κβαντιστής του έχει πολλές τιμές και όχι μόνο δύο (+1 και -1), όπως στη Δέλτα. Έτσι, το σήμα $U(t)$ έχει πολλές τιμές (ανάλογα με την τιμή της διαφοράς $f(t) - \hat{f}(t)$ και επομένως το $m(t)$ αποτελείται από σειρές παλμών ίδιου εύρους, αλλά διαφόρων τιμών πλάτους.
- Το σήμα πριν φύγει για το κανάλι κωδικοποιείται και έτσι εκμεταλλεύεται τα πλεονεκτήματα του PCM.

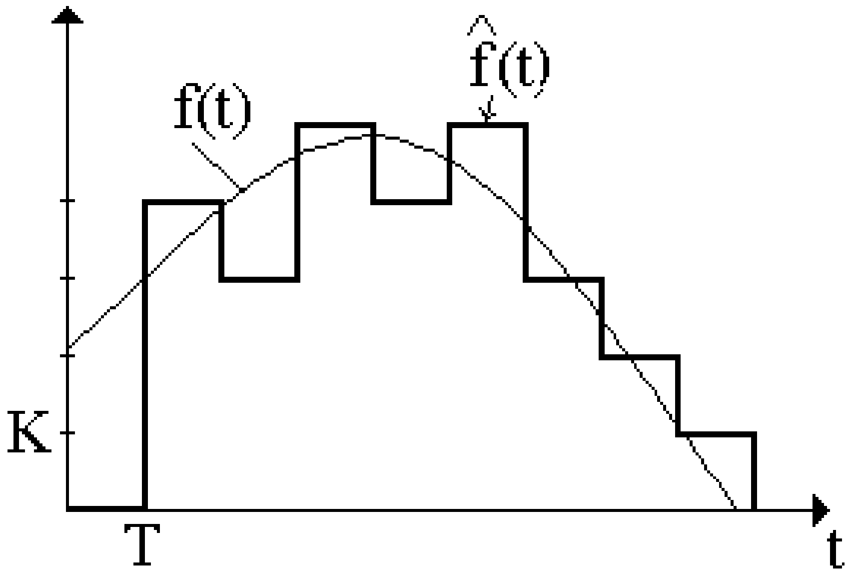
# DELTA PCM

- Η εισαγωγή του κβαντιστή πολλών τιμών γίνεται για να επιλύσει το πρόβλημα της υπερφόρτωσης κλίσης.
- Αν η διαφορά $\Delta(t)$ έχει μεγάλη τιμή, το ίδιο συμβαίνει και για το $U(t)$, και η τιμή του παλμού του $m(t)$ είναι επίσης μεγάλη, και άρα το $\hat{f}(t)$ παρακολουθεί πιο γρήγορα το $f(t)$.



# DELTA PCM

- Από το παρακάτω σχήμα φαίνεται ότι όταν το $\Delta$(t) παίρνει μεγάλες τιμές (θετικές ή αρνητικές), το αντίστοιχο άλμα του $\hat{f}(t)$ είναι μεγαλύτερο και η προσέγγιση του $f(t)$ είναι καλύτερη.



# ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ PCM & ΔΕΛΤΑ

- Για σταθερό εύρος ζώνης η επίδοση της διαμόρφωσης Δέλτα είναι πάντα μικρότερη του PCM.

  Για παράδειγμα, αν το εύρος ζώνης του καναλιού επαρκεί για κώδικα PCM των 8 *bits*, τότε οι λόγοι σήματος-προς-θόρυβο των συστημάτων PCM και DM είναι 48 και 22 dB, αντίστοιχα.
- Όμως, τα κυκλώματα του συστήματος DM είναι πολύ πιο απλά και πιο φθηνά από εκείνα του PCM.

# ΣΥΓΚΡΙΣΗ PCM & ΑΝΑΛΟΓΙΚΩΝ

- Στις επικοινωνίες μεγάλων αποστάσεων τα σήματα PCM μπορούν να αναγεννηθούν πλήρως σε κάθε επαναλήπτη, αρκεί η απόσταση μεταξύ αυτών να είναι τέτοια, ώστε ο θόρυβος να είναι μικρότερος από το μισό βήμα κβάντισης.
- Τα κυκλώματα διαμόρφωσης και αποδιαμόρφωσης στο PCM είναι ψηφιακά και επομένως προσφέρουν μεγάλη αξιοπιστία και σταθερότητα.
- Οι τεχνικές κωδικοποίησης & αποκωδικοποίησης στο PCM περιορίζουν τις επιπτώσεις του θορύβου και των παρεμβολών.