

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ

ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΠΛΑΤΟΥΣ

3.1 Εισαγωγή – Συστήματα Αναλογικής Διαμόρφωσης

Η ιδέα της αναλογικής διαμόρφωσης στηρίζεται στην αλλαγή κάποιας παραμέτρου ενός ημιτονοειδούς σήματος $c(t)$, το οποίο λέγεται **φορέας**, από κάποιο **πληροφοριακό σήμα** $m(t)$ προκειμένου να περάσει "άνετα" από το κανάλι. Στη συνέχεια, επιχειρείται μια καλύτερη εξήγηση της έννοιας αυτής. Η αναλογική διαμόρφωση εφαρμόζεται κυρίως σε τηλεπικοινωνιακά συστήματα, που χρησιμοποιούνται στις ραδιοφωνικές εκπομπές, στα κινητά συστήματα επικοινωνίας κ.λ.π. Στα συστήματα αυτά τα πληροφοριακά σήματα, που πρέπει να μεταδοθούν, είναι η ανθρώπινη ομιλία και η μουσική και είναι "χαμηλού αρμονικού περιεχομένου" (περιέχουν συχνότητες από 5 ως 15 kHz περίπου), ενώ το κανάλι (η κεραία και η ατμόσφαιρα) συμπεριφέρεται ιδανικά ως ζωνοπερατό φίλτρο με την πιο χαμηλή συχνότητα γύρω στα 500 kHz. Συνεπώς, είναι προφανές ότι το κανάλι δε θα επιτρέψει τη μετάδοση των σημάτων για τους λόγους, που αναπτύχθηκαν στην παράγραφο περί φίλτρων στο Κεφάλαιο 1. Έτσι, αναγκάζεται κανείς να "φορτώσει" το προς μετάδοση πληροφοριακό σήμα σε κάποιο φορέα, ο οποίος είναι ένα ημιτονοειδές σήμα συχνότητας ω_c και ο οποίος "περνάει" από το κανάλι. Αυτή είναι στην ουσία η τεχνική της αναλογικής διαμόρφωσης.

Λαμβάνοντας υπόψη ότι ένα ημιτονοειδές σήμα έχει γενικά τη μορφή:

$$c(t) = A \cos[\theta(t)] \quad (3.1\alpha)$$

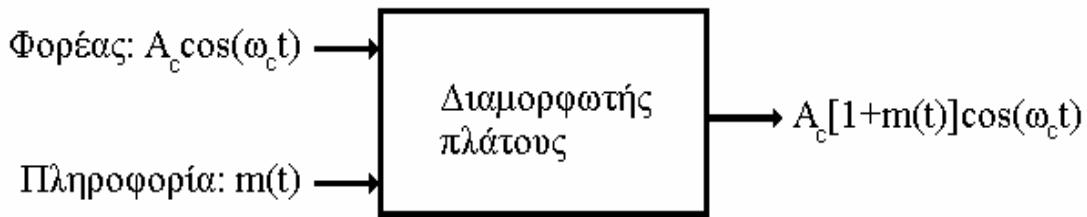
όπου

$$\theta(t) = \omega_c t + \varphi(t) \quad (3.1\beta)$$

Από τα παραπάνω είναι φανερό ότι το σήμα χαρακτηρίζεται (α) από το **πλάτος** του A και (β) από τη **γωνία** του $\theta(t)$. Επομένως, αν το σήμα $c(t)$ είναι ο φορέας, τότε το πληροφοριακό σήμα $m(t)$ μπορεί να "φορτωθεί", δηλαδή να αλλάξει ή ακριβέστερα να διαμορφώσει είτε το πλάτος του φορέα είτε τη γωνία του. Έτσι, διακρίνονται δύο βασικά συστήματα διαμόρφωσης: τα **συστήματα διαμόρφωσης πλάτους** (AM) και τα **συστήματα διαμόρφωσης γωνίας**. Τα τελευταία, επειδή η γωνία του ημιτονοειδούς σήματος έχει δύο παραμέτρους, τη συχνότητα ω_c και τη φάση $\varphi(t)$, διακρίνονται σε

συστήματα διαμόρφωσης συχνότητας (*FM*) και σε συστήματα διαμόρφωσης γωνίας (*PM*). Στο κεφάλαιο αυτό, θ' αναλυθούν τα συστήματα διαμόρφωσης πλάτους, και στο επόμενο κεφάλαιο τα συστήματα διαμόρφωσης γωνίας.

3.2 Διαμόρφωση Πλάτους (*Amplitude Modulation, AM*)



Σχήμα 3.1. Η διαμόρφωση AM σε διάγραμμα "block".

Ο τρόπος υλοποίησης της διαμόρφωσης αυτής δίνεται στο Σχήμα 3.1. Συγκεκριμένα, ο φορέας (ή αλλιώς το φέρον σήμα) είναι το ημιτονοειδές σήμα $c(t) = A_c \cos(\omega_c t)$, το πληροφοριακό σήμα είναι το $m(t)$, ενώ το διαμορφωμένο κατά AM σήμα είναι:

$$x(t) = A_c [1+m(t)] \cos(\omega_c t) \quad (3.2)$$

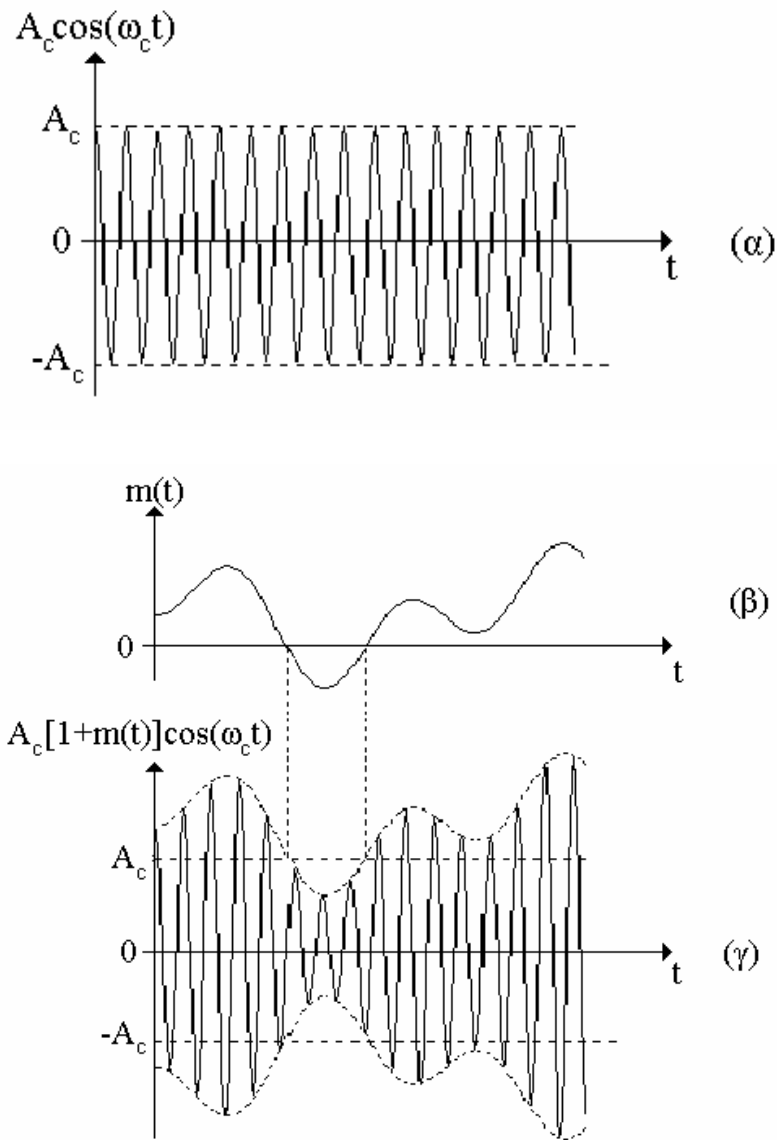
ή ισοδύναμα

$$x(t) = A(t) \cos(\omega_c t) \quad (3.3a)$$

με

$$A(t) = A_c [1+m(t)] \quad (3.3b)$$

Από τις εξισώσεις (3.3) γίνεται φανερό ότι η περιβάλλουσα του διαμορφωμένου σήματος $A(t)$ περιέχει το πληροφοριακό σήμα $m(t)$, ενώ εύκολα μπορεί να διαπιστωθεί ότι, όταν το πληροφοριακό σήμα $m(t)$ έχει τη μορφή του Σχήματος 3.2β, τότε το διαμορφωμένο σήμα AM είναι αυτό που φαίνεται στο Σχήμα 3.2γ. Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί το εξής: Η "έκταση" της διαμόρφωσης του φορέα από το πληροφοριακό σήμα δεν πρέπει να είναι αυθαίρετα μεγάλη. Συγκεκριμένα, για να έχει η περιβάλλουσα του διαμορφωμένου σήματος τη μορφή του πληροφοριακού σήματος θα πρέπει να ικανοποιείται η συνθήκη:



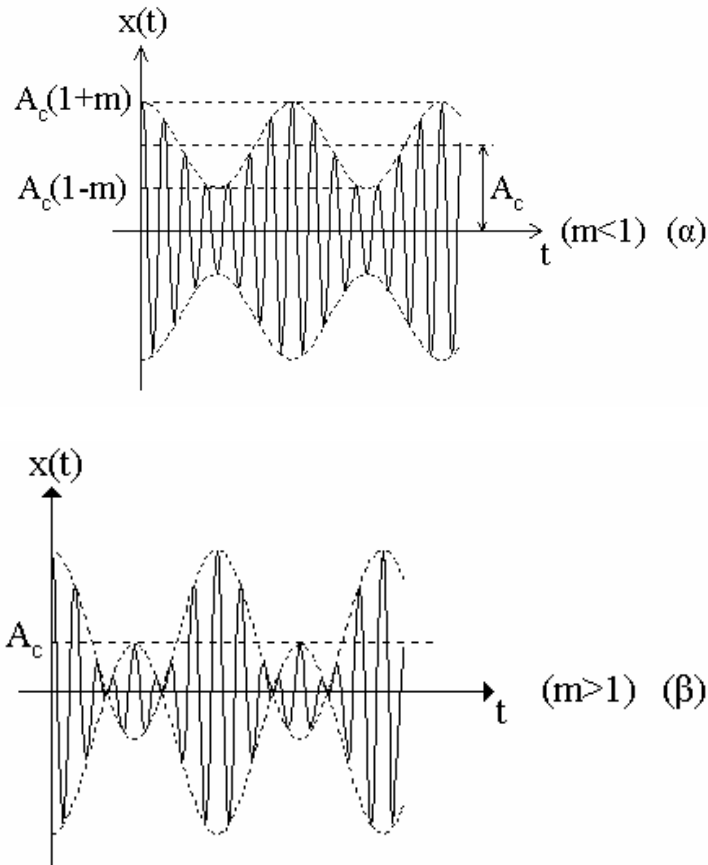
Σχήμα 3.2. (α) Ο ημιτονοειδής φορέας, (β) το πληροφοριακό σήμα και (γ) το διαμορφωμένο σήμα AM.

$$A(t) = A_c [1+m(t)] \geq 0 \quad \text{ή ισοδύναμα} \quad |m(t)| \leq 1 \quad (3.4)$$

Για να γίνει καλύτερα κατανοητή η συνθήκη (3.4), ας υποτεθεί ότι το σήμα $m(t)$ είναι ένα ημιτονοειδές σήμα, δηλαδή $m(t) = m \cos(\omega_m t)$, με $\omega_m \ll \omega_c$. Τότε το διαμορφωμένο σήμα AM είναι:

$$x(t) = A_c [1+m \cos(\omega_m t)] \cos(\omega_c t) \quad (3.5)$$

Η περίπτωση $m < 1$ δίνεται στο Σχήμα 3.3α, όπου η περιβάλλουσα του διαμορφωμένου σήματος είναι σαφώς της μορφής του πληροφοριακού σήματος του Σχήματος 3.2γ, ενώ στο Σχήμα 3.3β έχει σχεδιαστεί η λεγόμενη **παραμόρφωση της περιβάλλουσας** $m > 1$. Στην τελευταία περίπτωση, η περιβάλλουσα του διαμορφωμένου σήματος δεν είναι πια το $m(t)$, και το σήμα $x(t)$ λέγεται ότι είναι **υπερδιαμορφωμένο** ή ότι έχει υποστεί **υπερδιαμόρφωση**.



Σχήμα 3.3. (α) Το διαμορφωμένο σήμα με $m < 1$ και (β) με $m > 1$.

Ένας ποσοτικός τρόπος για τον προσδιορισμό της "έκτασης" της διαμόρφωσης είναι η χρησιμοποίηση του **δείκτη διαμόρφωσης** m , ο οποίος ορίζεται από τη σχέση:

$$m = \frac{|A(t)|_{\max} - |A(t)|_{\min}}{|A(t)|_{\max} + |A(t)|_{\min}} \quad (3.6)$$

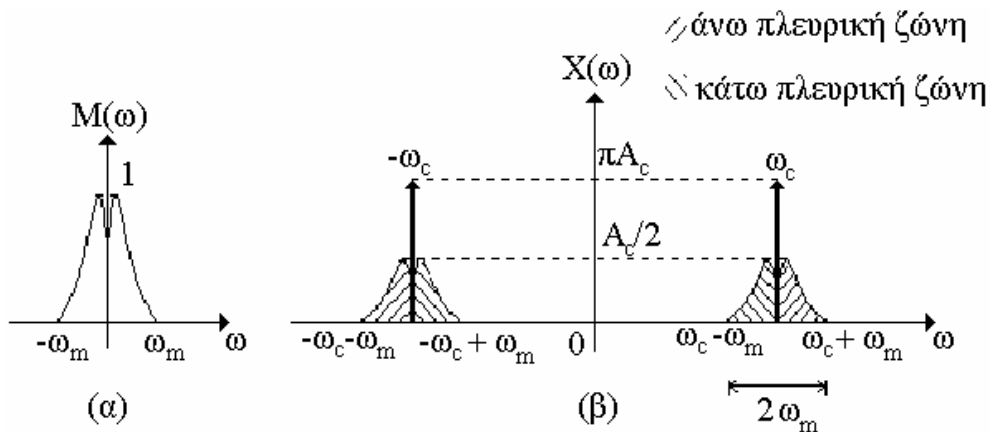
Σημειώνεται ότι όταν το πληροφοριακό σήμα είναι ημιτονοειδούς μορφής, τότε ο δείκτης διαμόρφωσης είναι το πλάτος του πληροφοριακού σήματος (για το λόγο αυτό

χρησιμοποιήθηκε και για τα δύο μεγέθη το ίδιο σύμβολο m). Φυσικά, το κριτήριο της υπερδιαμόρφωσης είναι $m > 1$, όπως αποδείχτηκε παραπάνω. Στη συνέχεια, θα βρεθεί το φάσμα του σήματος AM .

Από την εξίσωση (3.2) με χρήση των ιδιοτήτων του Μ/Σ *Fourier*, που δόθηκαν στο Κεφάλαιο 1, μπορεί να βρεθεί ο Μ/Σ *Fourier* του διαμορφωμένου σήματος $x(t)$. Έτσι, υπολογίζεται ότι είναι:

$$X(\omega) = \pi A_c [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] + \frac{A_c}{2} [M(\omega - \omega_c) + M(\omega + \omega_c)] \quad (3.7)$$

όπου $M(\omega)$ είναι ο Μ/Σ *Fourier* του πληροφοριακού σήματος $m(t)$. Από την εξίσωση (3.7) γίνεται φανερό ότι αν το $M(\omega)$ έχει τη μορφή του Σχήματος 3.4α, τότε το $X(\omega)$ θα είναι της μορφής που δίνεται στο Σχήμα 3.4β.



Σχήμα 3.4. (α) Το φάσμα του πληροφοριακού σήματος $m(t)$ και (β) το φάσμα του διαμορφωμένου σήματος AM .

Τόσο από την εξίσωση (3.7) όσο και από το Σχήμα (3.4) γίνονται αμέσως φανερά τα παρακάτω: Αρχικά, στο φάσμα του διαμορφωμένου σήματος "συμμετέχει" και το φάσμα του φορέα $A_c \cos(\omega_c t)$, δηλαδή οι δύο συναρτήσεις δέλτα στις συχνότητες $\pm \omega_c$. Η παρουσία αυτή είναι χαρακτηριστική για το είδος αυτό της διαμόρφωσης πλάτους και, όπως θα εξηγηθεί παρακάτω, δημιουργεί κάποια σοβαρά προβλήματα. Το δεύτερο, που πρέπει να σημειωθεί, είναι ότι όταν το εύρος ζώνης του πληροφοριακού σήματος είναι ω_m , τότε το **εύρος ζώνης** του διαμορφωμένου σήματος AM είναι $2\omega_m$. Στο σημείο αυτό κρίνεται σκόπιμο να γίνει εισαγωγή της παρακάτω ορολογίας: η περιοχή συχνοτήτων

$(\omega_c, \omega_c + \omega_m)$ και $(-\omega_c - \omega_m, -\omega_c)$ του φάσματος του διαμορφωμένου σήματος ονομάζεται **άνω πλευρική ζώνη**, ενώ η περιοχή συχνοτήτων $(\omega_c - \omega_m, \omega_c)$ και $(-\omega_c, -\omega_c + \omega_m)$ ονομάζεται **κάτω πλευρική ζώνη**. Η ορολογία αυτή θα χρειαστεί στη συνέχεια, όταν θα εξεταστεί η διαμόρφωση πλάτους μιας πλευρικής ζώνης (*SSB*).

Στη συνέχεια, υπολογίζεται η **μέση ισχύς** του διαμορφωμένου σήματος *AM*. Λαμβάνοντας υπόψη ότι η στιγμιαία ισχύς δίνεται [με τη βοήθεια της εξίσωσης (3.2)] ως:

$$P(t) = A_c^2 [1 + m(t)]^2 \cos^2(\omega_c t) = \frac{A_c^2}{2} [1 + 2m(t) + m^2(t)] [1 + \cos(2\omega_c t)] \quad (3.8)$$

η μέση ισχύς θα είναι:

$$\overline{P(t)} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} P(t) dt = \frac{A_c^2}{2} + \frac{A_c^2}{2} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} m^2(t) dt = \overline{P_c} + \overline{P_c P_m} \quad (3.9)$$

όπου $\overline{P_c}$ είναι η μέση ισχύς του φορέα και $\overline{P_m}$ είναι η μέση ισχύς του πληροφοριακού σήματος $m(t)$. Για το αποτέλεσμα της εξίσωσης (3.9) αξίζει να σημειωθεί ότι χρησιμοποιήθηκαν οι ακόλουθες παραδοχές:

i) Η μέση τιμή του $m(t)$ είναι ίση με μηδέν, δηλαδή: $\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} m(t) dt = 0$ (3.10α)

ii) Το σήμα $m(t)$ είναι **αργά μεταβαλλόμενο** σε σχέση με τον υψίσυχο φορέα $A_c \cos(\omega_c t)$, οπότε:

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} m(t) \cos(2\omega_c t) dt = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} m^2(t) \cos(2\omega_c t) dt = 0 \quad (3.10β)$$

Αν παρατηρηθεί τώρα λίγο πιο προσεκτικά η εξίσωση (3.9), αυτή δείχνει ότι η μέση ισχύς του διαμορφωμένου σήματος "μοιράζεται" μεταξύ του φορέα ($\overline{P_c}$) και των πλευρικών ζωνών ($\overline{P_c P_m}$). Αυτό όμως σημαίνει ότι ένα κομμάτι από τη μέση ισχύ, που διατίθεται για την εκπομπή του διαμορφωμένου σήματος, "καταναλώνεται" στο φορέα, ενώ θα έπρεπε να χρησιμοποιείται ολοκληρωτικά για την εκπομπή του πληροφοριακού σήματος, δηλαδή για την εκπομπή των πλευρικών ζωνών. Αυτό είναι το βασικό

πρόβλημα της διαμόρφωσης AM . Για να γίνει κατανοητή πόση είναι η "σπατάλη" ισχύος στο φορέα μπορεί να οριστεί η **απόδοση η** της ισχύος σαν το πηλίκο της μέσης ισχύος που μεταφέρει πληροφορία προς τη συνολική ισχύ που εκπέμπεται, δηλαδή:

$$\eta = \frac{\overline{P_c P_m}}{\overline{P_c + P_c P_m}} = \frac{\overline{P_m}}{1 + \overline{P_m}} \quad (3.11)$$

Στην περίπτωση που το πληροφοριακό σήμα $m(t)$ είναι ημιτονοειδούς μορφής, δηλαδή $m(t) = m \cos(\omega_m t)$, είναι φανερό ότι $\overline{P_m} = 0.5m^2$. Τότε, η απόδοση γίνεται:

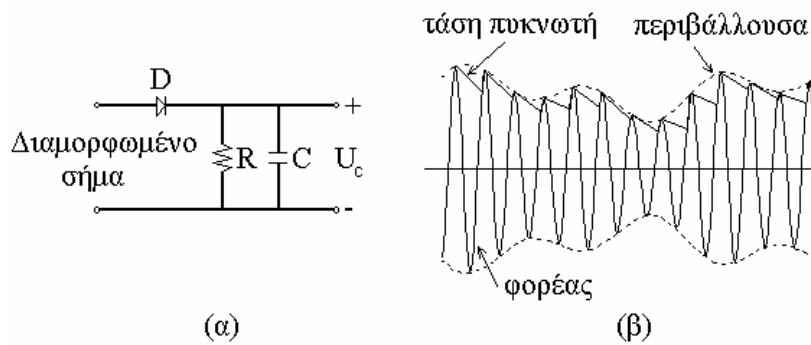
$$\eta = \frac{0.5m^2}{1+0.5m^2} = \frac{m^2}{2+m^2} \quad (3.12\alpha)$$

Είναι γνωστό ότι το πλάτος m του πληροφοριακού σήματος είναι ο δείκτης διαμόρφωσης, για τον οποίο ισχύει $m \leq 1$, οπότε η μέγιστη απόδοση η_{\max} θα είναι:

$$\eta_{\max} = 1/3 \text{ ή } 33.3\% \quad (3.12\beta)$$

πράγμα που σημαίνει ότι το 66.7% της μέσης ισχύος του πομπού χάνεται, αφού δε χρησιμοποιείται για μετάδοση της πληροφορίας αλλά για τη μετάδοση του φορέα.

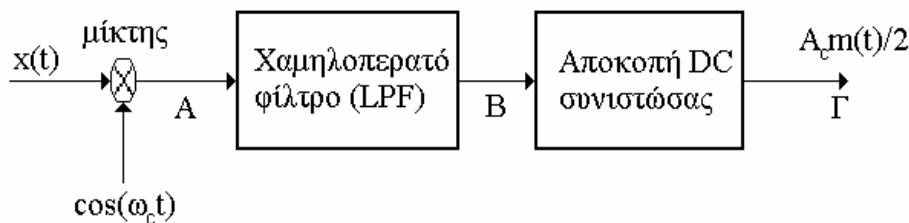
Στη συνέχεια, θα παρουσιαστεί η **αποδιαμόρφωση** (ή **φώραση**) του σήματος AM . Εφόσον ισχύει η συνθήκη $m \leq 1$, η αποδιαμόρφωση μπορεί να γίνει με τη βοήθεια του κυκλώματος, που φαίνεται στο Σχήμα 3.5, το οποίο "ανιχνεύει" την περιβάλλουσα (δηλαδή το πληροφοριακό σήμα) με τον εξής τρόπο: το διάστημα κατά το οποίο το σήμα εισόδου είναι θετικό η δίοδος D άγει και ο πυκνωτής C φορτίζεται στη μέγιστη τιμή του σήματος εισόδου. Όταν το σήμα εισόδου μειωθεί από τη μέγιστη τιμή του, η δίοδος σταματά να άγει και ο πυκνωτής εκφορτίζεται μέσω της αντίστασης R . Η εκφόρτιση διαρκεί μέχρι το σήμα εισόδου να αποκτήσει ξανά τιμή μεγαλύτερη της στιγμιαίας τάσης του πυκνωτή, οπότε η δίοδος άγει και πάλι κ.ο.κ. Η σταθερά χρόνου RC πρέπει να είναι τέτοια ώστε η μεταβολή της τάσης U_c μεταξύ διαδοχικών κύκλων να είναι τουλάχιστον ίση με τη μείωση του σήματος εισόδου μεταξύ διαδοχικών κύκλων. Αυτό το κύκλωμα αποδιαμόρφωσης χρησιμοποιείται συχνά και για άλλου τύπου διαμορφωμένα κατά πλάτος σήματα, τα οποία θα εξεταστούν στην επόμενη ενότητα.



Σχήμα 3.5. (α) Αποδιαμορφωτής AM και (β) σήματα εισόδου και εξόδου.

Γενικότερα, για την ανάκτηση του πληροφοριακού σήματος $m(t)$ από ένα σήμα διαμορφωμένο κατά πλάτος πρέπει ουσιαστικά στο δέκτη να γίνει η μετάθεση του φάσματός του, που είναι γύρω από τη συχνότητα ω_c του φορέα, στην **περιοχή βασικής ζώνης**, δηλαδή στην περιοχή που ήταν πριν τη διαμόρφωση (Σχήμα 3.4). Αυτό μπορεί να γίνει εύκολα, αν το διαμορφωμένο κατά πλάτος σήμα $x(t)$ πολλαπλασιαστεί με $\cos(\omega_c t)$. Τότε, στην περίπτωση του σήματος AM (εξίσωση (3.2)) το προκύπτον σήμα στο σημείο A του δέκτη (Σχήμα 3.6) γράφεται στο πεδίο του χρόνου ως εξής:

$$x(t)\cos(\omega_c t) = A_c [1 + m(t)] \cos^2(\omega_c t) = \frac{A_c}{2} [1 + m(t)] [1 + \cos(2\omega_c t)] \quad (3.13)$$

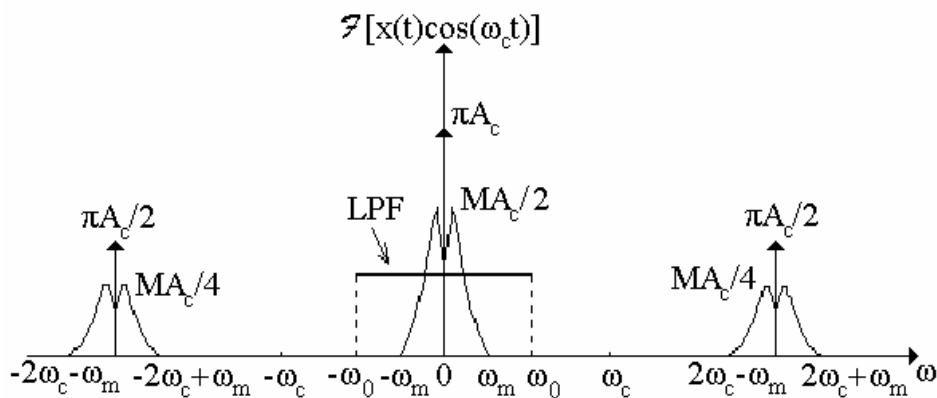


Σχήμα 3.6. Σύμφωνη αποδιαμόρφωση AM.

Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες του Μ/Σ *Fourier* το φάσμα του σήματος είναι:

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}[x(t)\cos(\omega_c t)] &= A_c [\pi\delta(\omega) + \frac{1}{2} M(\omega)] \\ &+ \frac{A_c}{2} [\pi\delta(\omega - 2\omega_c) + \frac{1}{2} M(\omega - 2\omega_c) + \pi\delta(\omega + 2\omega_c) + \frac{1}{2} M(\omega + 2\omega_c)] \end{aligned} \quad (3.14)$$

Η εξίσωση (3.14) δείχνει ότι όταν το φάσμα $M(\omega)$ του πληροφοριακού σήματος είναι της μορφής του Σχήματος 3.4α, το φάσμα του σήματος της εξίσωσης (3.13) θα έχει τη μορφή του Σχήματος 3.7. Είναι φανερό ότι ο πολλαπλασιασμός με το $\cos(\omega_c t)$, που γίνεται στο δέκτη, (η διαδικασία αυτή ονομάζεται **μετατροπή συχνότητας**) έχει ως αποτέλεσμα την επιστροφή του σήματος στην περιοχή της βασικής ζώνης ($-\omega_m, \omega_m$) και την ταυτόχρονη μετατόπιση του φάσματος γύρω από τη συχνότητα $\pm 2\omega_c$. Το τελευταίο αυτό τμήμα του φάσματος μπορεί να απορριφθεί με τη χρήση κατάλληλου χαμηλοπερατού φίλτρου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.6 [φυσικά το φίλτρο πρέπει να έχει συχνότητα αποκοπής $\omega_0 > \omega_m$ (Σχήμα 3.7)]. Η συνεχής (DC) συνιστώσα στη βασική ζώνη [που στο φάσμα δίνεται από τη συνάρτηση $\pi A_c \delta(\omega)$] μπορεί, τέλος, να αποκοπεί με τη βοήθεια ενός πυκνωτή. Το αποτέλεσμα στο σημείο Γ του δέκτη είναι, τελικά, το πληροφοριακό σήμα $m(t)$, πολλαπλασιασμένο επί το σταθερό συντελεστή $A_c/2$.



Σχήμα 3.7. Το φάσμα του σήματος στο σημείο A του δέκτη.

Τονίζεται ξανά ότι αυτή η τεχνική αποδιαμόρφωσης χρησιμοποιείται σ' όλες τις διαμορφώσεις πλάτους, οι οποίες εξετάζονται παρακάτω, και ονομάζεται **σύμφωνη** αποδιαμόρφωση. Η ονομασία αυτή οφείλεται στο γεγονός ότι ο δέκτης πρέπει να παράγει ένα ημιτονοειδές σήμα, της ίδιας συχνότητας και φάσης με το φορέα, που χρησιμοποιήθηκε στον πομπό. Εάν υπάρξει κάποιο σφάλμα (είτε στη φάση είτε στη συχνότητα) δημιουργούνται σοβαρά προβλήματα, που οδηγούν στην παραμόρφωση του σήματος εξόδου του χαμηλοπερατού φίλτρου. Για περισσότερες "ποσοτικές" λεπτομέρειες, ο αναγνώστης παραπέμπεται στο Παράδειγμα 5.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

1. Ένα σύστημα AM εκπέμπει μέση ισχύ 5 kW και όταν διαμορφώνεται από ημιτονοειδές σήμα έχει δείκτη διαμόρφωσης 70.7% . Να υπολογιστούν:

- Η μέση ισχύς του φορέα.
- Ο συντελεστής απόδοσης του πομπού.
- Το πλάτος του φορέα, αν η κεραία του σταθμού ισοδυναμεί με ωμική αντίσταση $R = 50 \Omega$.

Απάντηση

α) Από τα δεδομένα του προβλήματος είναι φανερό ότι $m = 1/\sqrt{2}$. Όμως είναι γνωστό ότι η μέση ισχύς, που εκπέμπεται, είναι:

$$\overline{P}_{total} = \overline{P}_c + \overline{P}_c \overline{P}_m = \overline{P}_c (1 + \overline{P}_m) = \overline{P}_c \left(1 + \frac{m^2}{2}\right)$$

όπου \overline{P}_c είναι η μέση ισχύς του φορέα, δηλαδή 5 kW , οπότε από την τελευταία σχέση

$$\text{βρίσκεται ότι: } \overline{P}_c = \frac{5 \text{ kW}}{1 + 1/4} = 4 \text{ kW}$$

β) Επειδή είναι $\eta = \frac{m^2}{2 + m^2}$, θα είναι $\eta = 0.2$ ή 20% .

γ) Αν A_c είναι το πλάτος του φορέα, τότε είναι φανερό ότι η ισχύς, η οποία καταναλώνεται στην αντίσταση $R = 50 \Omega$, δίνεται από τη σχέση: $\overline{P}_c = \frac{A_c^2}{2R}$. Άρα,

$$A_c = (2R\overline{P}_c)^{1/2} = 200\sqrt{10} \text{ V}.$$

2. Ένας πομπός AM εκπέμπει σήμα μέσης ισχύος 24 kW , όταν διαμορφωθεί με συντελεστή διαμόρφωσης 100% . Να προσδιοριστεί η μέση ισχύς εκπομπής, όταν ο συντελεστής διαμόρφωσης μειωθεί στο 60% , καταπιεστεί με κάποιο τρόπο η μια πλευρική ζώνη και ο φορέας ελαττωθεί κατά 26 dB .

Απάντηση

Επειδή η μέση ισχύς εκπομπής δίνεται από τη σχέση $\overline{P_{total}} = \overline{P_c} \left(1 + \frac{m^2}{2}\right)$, είναι φανερό ότι όταν $m = 1$, τότε $\overline{P_{total}} = \frac{3\overline{P_c}}{2}$, δηλαδή $\overline{P_c} = \frac{2\overline{P_{total}}}{3} = 16 \text{ kW}$. Είναι προφανές ότι στην περίπτωση αυτή η ισχύς που κατανέμεται στις πλευρικές ζώνες είναι $(24 - 16) \text{ kW} = 8 \text{ kW}$.

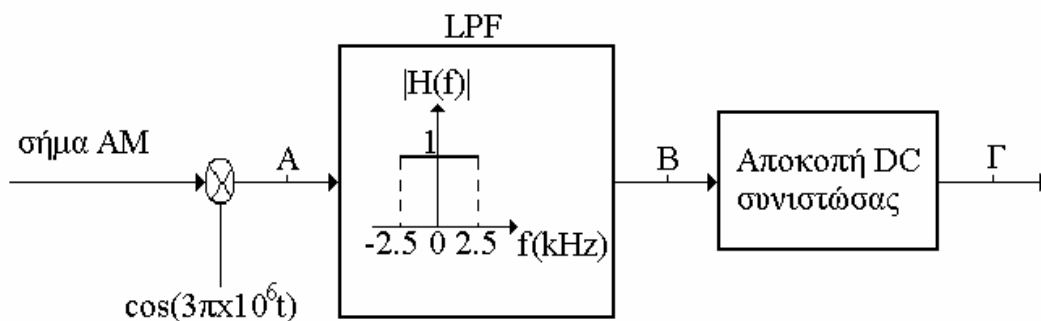
Όταν ο συντελεστής διαμόρφωσης γίνει $m' = 0.6$, τότε η μέση ισχύς εκπομπής θα είναι $\overline{P'_{total}} = \overline{P_c} \left(1 + \frac{m'^2}{2}\right) = 18.88 \text{ kW}$. Στην περίπτωση αυτή, η ισχύς που κατανέμεται στις πλευρικές ζώνες είναι $(18.88 - 16) \text{ kW} = 2.88 \text{ kW}$, οπότε σε κάθε πλευρική ζώνη η ισχύς είναι $0.5 \times 2.88 \text{ kW} = 1.44 \text{ kW}$.

Η μείωση του φορέα κατά 26 dB έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της ισχύος του κατά $10^{2.6}$ φορές. Έτσι θα ισχύει:

$$10 \log \frac{\overline{P_{c, \text{πριν}}}}{\overline{P_{c, \text{μετα}}}} = 26 \quad \text{ή} \quad \overline{P_{c, \text{μετα}}} = \frac{\overline{P_{c, \text{πριν}}}}{10^{2.6}} \cong \frac{\overline{P_{c, \text{πριν}}}}{400}$$

Άρα, η συνολική ισχύς είναι πλέον: $P''_{total} = \frac{16}{400} \text{ kW} + 1.44 \text{ kW} = 1.48 \text{ kW}$.

3. Το σήμα $m(t) = 3\cos(2\pi \times 10^3 t) + 2\cos(4\pi \times 10^3 t)$ [V] διαμορφώνει κατά AM το φορέα $c(t) = 4\cos(3\pi \times 10^6 t)$ [V] και το διαμορφωμένο σήμα εισάγεται στο δέκτη του παρακάτω σχήματος. Να βρείτε τη μορφή που θα έχει το φάσμα του σήματος στα σημεία A, B και Γ.



Απάντηση

Γενικά το διαμορφωμένο σήμα AM είναι της μορφής: $x(t) = A_c[1 + m(t)]\cos(\omega_c t)$, οπότε στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι:

$$x(t) = 4[1 + 3\cos(2\pi \times 10^3 t) + 2\cos(4\pi \times 10^3 t)]\cos(3\pi \times 10^6 t).$$

Το φάσμα του πληροφοριακού σήματος $M(\omega)$ είναι:

$$M(\omega) = 3\pi[\delta(\omega - 2\pi \times 10^3) + \delta(\omega + 2\pi \times 10^3)] + 2\pi[\delta(\omega - 4\pi \times 10^3) + \delta(\omega + 4\pi \times 10^3)]$$

και το φάσμα $X(\omega)$ του διαμορφωμένου σήματος AM είναι:

$$\begin{aligned} X(\omega) &= 4\pi[\delta(\omega - 3\pi \times 10^6) + \delta(\omega + 3\pi \times 10^6)] \\ &\quad + 6\pi[\delta(\omega - 3\pi \times 10^6 - 2\pi \times 10^3) + \delta(\omega - 3\pi \times 10^6 + 2\pi \times 10^3) \\ &\quad \quad + \delta(\omega + 3\pi \times 10^6 - 2\pi \times 10^3) + \delta(\omega + 3\pi \times 10^6 + 2\pi \times 10^3)] \\ &\quad + 4\pi[\delta(\omega - 3\pi \times 10^6 - 4\pi \times 10^3) + \delta(\omega - 3\pi \times 10^6 + 4\pi \times 10^3) \\ &\quad \quad + \delta(\omega + 3\pi \times 10^6 - 4\pi \times 10^3) + \delta(\omega + 3\pi \times 10^6 + 4\pi \times 10^3)] \end{aligned}$$

Χρησιμοποιώντας, αντί για τις κυκλικές συχνότητες ω , τις συχνότητες f (σε kHz), η τελευταία σχέση μπορεί να απλοποιηθεί ως εξής:

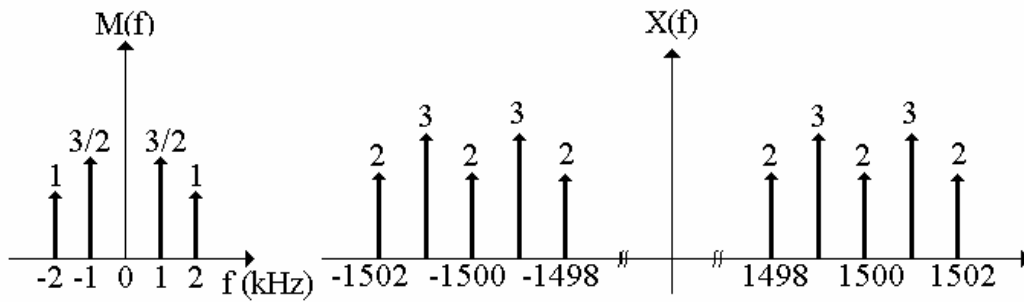
$$\begin{aligned} X(f) &= 2[\delta(f - 1500) + \delta(f + 1500)] \\ &\quad + 3[\delta(f - 1501) + \delta(f + 1501) + \delta(f - 1499) + \delta(f + 1499)] \\ &\quad + 2[\delta(f - 1502) + \delta(f + 1502) + \delta(f - 1498) + \delta(f + 1498)] \end{aligned}$$

Τα φάσματα του $m(t)$ και του $x(t)$ έχουν τη μορφή του παρακάτω σχήματος. Μόλις το διαμορφωμένο σήμα φτάσει στο δέκτη πολλαπλασιάζεται με ένα σήμα $\cos(3\pi \times 10^6 t)$.

Έτσι, στο σημείο Α και στο πεδίο του χρόνου το σήμα γράφεται:

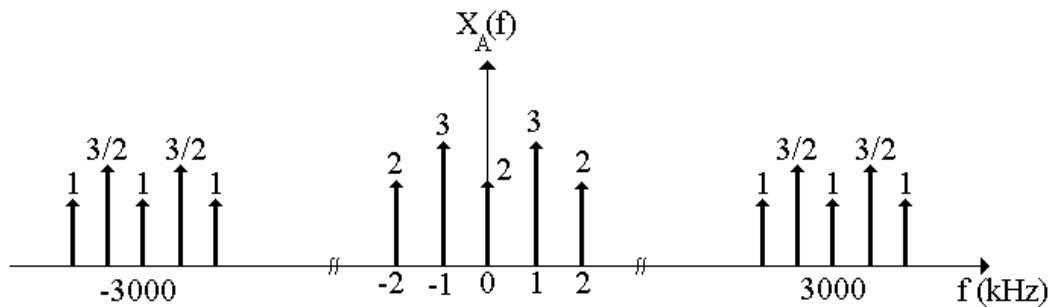
$$\begin{aligned} x_A(t) &= 4[1 + 3\cos(2\pi \times 10^3 t) + 2\cos(4\pi \times 10^3 t)]\cos^2(3\pi \times 10^6 t) \\ &= 2[1 + 3\cos(2\pi \times 10^3 t) + 2\cos(4\pi \times 10^3 t)][1 + \cos(6\pi \times 10^6 t)] \end{aligned}$$

Το φάσμα του σήματος αυτού μπορεί να προσδιοριστεί εύκολα με χρήση της (3.14):



$$\begin{aligned}
 X_A(f) = & 2\delta(f) + 3[\delta(f-1) + \delta(f+1)] + [\delta(f-2) + \delta(f+2)] + [\delta(f-3000) + \delta(f+3000)] \\
 & + 1.5[\delta(f-3001) + \delta(f+3001) + \delta(f-2999) + \delta(f+2999)] \\
 & + [\delta(f-3002) + \delta(f+3002) + \delta(f-2998) + \delta(f+2998)]
 \end{aligned}$$

Το φάσμα $X_A(f)$ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



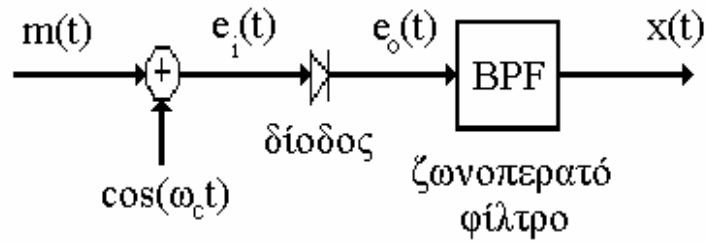
Η είσοδος του σήματος $x_A(t)$ στο φίλτρο έχει σαν αποτέλεσμα την απόρριψη των συχνοτήτων που είναι κατ' απόλυτη τιμή μεγαλύτερες από 2.5 kHz ($|f| \geq 2.5$ kHz). Έτσι, το φάσμα $X_B(f)$ στο σημείο Β του δέκτη θα είναι:

$$X_B(f) = 2\delta(f) + 3[\delta(f-1) + \delta(f+1)] + 2[\delta(f-2) + \delta(f+2)]$$

Τέλος, μετά την απόρριψη της συνεχούς (DC) συνιστώσας το φάσμα στο σημείο Γ θα είναι: $X_\Gamma(f) = 3[\delta(f-1) + \delta(f+1)] + 2[\delta(f-2) + \delta(f+2)]$.

4. Έστω το σύστημα του παρακάτω σχήματος. Λαμβάνοντας υπόψη ότι η διόδος είναι ένα μη γραμμικό στοιχείο, που για μικρές τιμές της τάσης εισόδου e_i , η έξοδος του μπορεί να προσεγγιστεί με $e_o = a_1 e_i + a_2 e_i^2$, όπου a_1 και a_2 είναι σταθερές. Βρείτε, κάτω

από ποιες προϋποθέσεις, το παραπάνω σύστημα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη δημιουργία ενός σήματος AM .



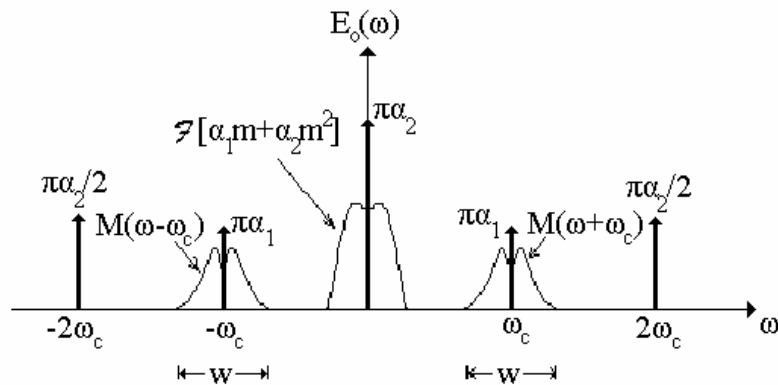
Απάντηση

Η τάση εισόδου της διόδου είναι $e_i(t) = m(t) + \cos(\omega_c t)$, οπότε η τάση εξόδου $e_o(t)$ θα δίνεται από τη σχέση:

$$e_o(t) = a_1[m(t) + \cos(\omega_c t)] + a_2[m(t) + \cos(\omega_c t)]^2$$

$$= \frac{a_2}{2} + a_1 m(t) + a_2 m^2(t) + a_1 \left[1 + \frac{2a_2}{a_1} m(t)\right] \cos(\omega_c t) + \frac{a_2}{2} \cos(2\omega_c t)$$

Ο τέταρτος όρος της παραπάνω εξίσωσης είναι ένα σήμα AM με δείκτη διαμόρφωσης $m = 2a_2/a_1$ και για να μην υπάρχει υπερδιαμόρφωση πρέπει $2a_2 \leq a_1$.



Λαμβάνοντας υπόψη ότι το φάσμα $E_o(\omega)$ του σήματος $e_o(t)$ είναι της μορφής του παραπάνω σχήματος, είναι φανερό ότι οι υπόλοιποι όροι της ίδιας εξίσωσης θα απορριφθούν από το ζωνοπερατό φίλτρο (BPF), εφόσον αυτό έχει εύρος ζώνης τουλάχιστον ίσο με το διπλάσιο του εύρους ζώνης w του φάσματος $M(\omega)$ του σήματος

$m(t)$, που είναι κεντραρισμένο στη συχνότητα $\pm\omega_c$. Με τη μέθοδο αυτή, δηλαδή με χρήση μη γραμμικών στοιχείων (π.χ. μιας διόδου) είναι δυνατή η δημιουργία σημάτων *AM*.

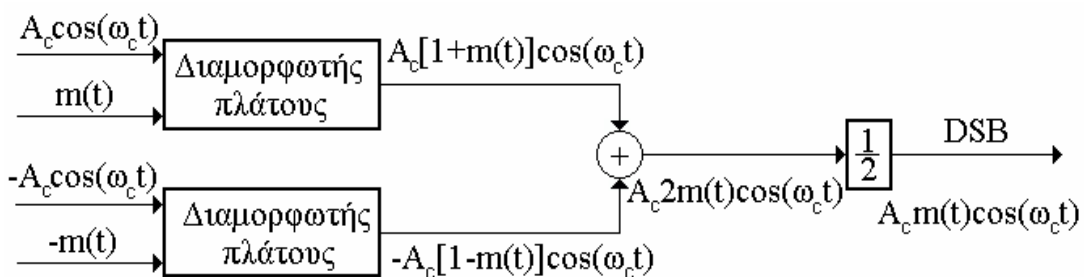
3.3 Διαμόρφωση Πλάτους Διπλής Πλευρικής Ζώνης (*Amplitude Modulation Double Side Band, AM-DSB*)

Έχοντας μελετήσει τη διαμόρφωση *AM* εύκολα μπορεί να μελετηθεί η διαμόρφωση *DSB* ως προς τις διάφορες ιδιότητες της. Αρχικά, δίνεται η μορφή ενός σήματος *DSB* στο πεδίο του χρόνου:

$$x(t) = m(t)\cos(\omega_c t) \quad (3.15)$$

όπου $m(t)$ είναι το πληροφοριακό σήμα, όπως και προηγούμενα. Η διαμόρφωση αυτή μπορεί να υλοποιηθεί χρησιμοποιώντας δύο διαμορφωτές πλάτους (Σχήμα 3.1), όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.8. Η διάταξη αυτή ονομάζεται **ισορροπημένος διαμορφωτής**. Το φάσμα του διαμορφωμένου σήματος *DSB* μπορεί να βρεθεί εύκολα από το Μ/Σ *Fourier* της εξίσωσης (3.15):

$$X(\omega) = \frac{1}{2}[M(\omega - \omega_c) + M(\omega + \omega_c)] \quad (3.16)$$



Σχήμα 3.8. Ο ισορροπημένος διαμορφωτής (υλοποίηση της διαμόρφωσης *DSB*).

Με δεδομένη την ανάλυση, που προηγήθηκε για τη διαμόρφωση *AM*, από την εξίσωση (3.16) γίνεται φανερό ότι στην διαμόρφωση *DSB* η μέση ισχύς του διαμορφωμένου σήματος κατανέμεται αποκλειστικά στις πλευρικές ζώνες. Εδώ, η απόδοση είναι $\eta = 1$ (100%) και με τις υποθέσεις ότι το πληροφοριακό σήμα $m(t)$ έχει μηδενική μέση τιμή

και μεταβάλλεται αργά σε σχέση με το "γρήγορο" φορέα $\cos(\omega_c t)$, η μέση ισχύς του σήματος DSB είναι:

$$\bar{P} = \overline{P_c P_m} \quad (3.17)$$

Η απουσία του φορέα από το φάσμα του διαμορφωμένου σήματος DSB απλοποιεί και το κύκλωμα της αποδιαμόρφωσης, που δίνεται στο Σχήμα 3.6. Το σύστημα αποκοπής της συνεχούς (DC) συνιστώσας δεν χρειάζεται πλέον και η έξοδος του χαμηλοπερατού φίλτρου είναι $0.5m(t)$. Αυτό προκύπτει εύκολα, με την παρατήρηση ότι το σήμα, που εισέρχεται στο φίλτρο, είναι:

$$x(t)\cos(\omega_c t) = m(t)\cos^2(\omega_c t) = \frac{1}{2}m(t) + \frac{1}{2}m(t)\cos(2\omega_c t) \quad (3.18)$$

ενώ το φάσμα του είναι:

$$\mathfrak{F}[x(t)\cos(\omega_c t)] = \frac{1}{2}M(\omega) + \frac{1}{4}[M(\omega - 2\omega_c) + M(\omega + 2\omega_c)] \quad (3.19)$$

Από τη σχέση (3.19) γίνεται φανερό ότι ο δεύτερος και ο τρίτος όρος του φάσματος, που είναι ουσιαστικά το φάσμα του $m(t)$ κεντραρισμένο γύρω από τη συχνότητα $\pm 2\omega_c$, δεν θα "περάσει" από το φίλτρο. Έτσι, το φάσμα του σήματος στην έξοδο του φίλτρου είναι ο πρώτος όρος της εξίσωσης (3.19), δηλαδή στο πεδίο του χρόνου το σήμα στην έξοδο του φίλτρου είναι $0.5m(t)$.

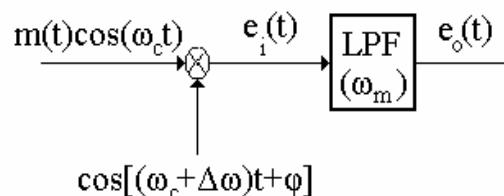
Συγκρίνοντας την διαμόρφωση DSB με την AM είναι φανερό ότι η υπεροχή της πρώτης συνίσταται κυρίως στη μικρότερη μέση ισχύ εκπομπής. Η απλούστευση στο κύκλωμα της αποδιαμόρφωσης (απουσία του συστήματος αποκοπής της συνεχούς (DC) συνιστώσας) δεν μπορεί βέβαια να θεωρηθεί ιδιαίτερα σημαντική. Όσον αφορά τώρα το εύρος ζώνης του διαμορφωμένου σήματος, αυτό και στις δύο τεχνικές είναι το διπλάσιο του εύρους ζώνης του πληροφοριακού σήματος (του σήματος της βασικής ζώνης συχνοτήτων). Όπως θα εξηγηθεί στην επόμενη παράγραφο, η διαμόρφωση πλάτους μονής πλευρικής ζώνης (SSB) υπερέρχει και από τις δύο προαναφερθείσες τεχνικές τόσο από πλευράς μέσης ισχύος όσο και από εύρους ζώνης εκπομπής.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

5. Ο σύμφωνος δέκτης του Σχήματος 3.6 χρησιμοποιείται για τη φώραση των σημάτων *DSB*. Ποια προβλήματα δημιουργούνται αν ο "συγχρονισμός" δεν είναι τέλειος, δηλαδή αν υπάρχει κάποιος λάθος στη συχνότητα ή στη φάση στο ημιτονικό σήμα $\cos(\omega_c t)$, που πολλαπλασιάζει το διαμορφωμένο σήμα στο δέκτη;

Απάντηση

Αρχικά, πρέπει να τονιστεί ότι ο σύμφωνος δέκτης του Σχήματος 3.6 πρέπει να απλοποιηθεί λίγο, αφού δε χρειάζεται το σύστημα αποκοπής της συνεχούς (*DC*) συνιστώσας για τη φώραση του σήματος *DSB*. Επιπλέον, συμβολίζοντας με $\Delta\omega$ και φ το σφάλμα στη συχνότητα και φάση που συμβαίνει στο δέκτη, το Σχήμα 3.6 πρέπει να τροποποιηθεί, όπως φαίνεται παρακάτω:



Στο παραπάνω σχήμα $m(t)$ είναι το πληροφοριακό σήμα, ενώ ω_m είναι η συχνότητα αποκοπής του χαμηλοπερατού φίλτρου (*LPF*), που θεωρείται ότι είναι τουλάχιστον ίση με τη μέγιστη συχνότητα του φάσματος του $m(t)$ και φυσικά $\omega_m \ll \omega_c$. Το σήμα $e_i(t)$, που εισάγεται στο φίλτρο, είναι:

$$e_i(t) = m(t)\cos(\omega_c t)\cos[(\omega_c + \Delta\omega)t + \varphi]$$

$$= \frac{1}{2}m(t)\left\{\cos[(\Delta\omega)t + \varphi] + \cos[(2\omega_c + \Delta\omega)t + \varphi]\right\}$$

Από την τελευταία σχέση είναι φανερό ότι ο δεύτερος όρος έχει φάσμα κεντραρισμένο γύρω από τη συχνότητα $2\omega_c + \Delta\omega$, οπότε θα "κόβεται" από το χαμηλοπερατό φίλτρο (*LPF*). Συνεπώς, το σήμα $e_o(t)$ στην έξοδο του φίλτρου είναι:

$$e_o(t) = \frac{1}{2}m(t)\cos[(\Delta\omega)t + \varphi]$$

το οποίο, προφανώς, δεν είναι το $0.5m(t)$ όπως θα ήταν το επιθυμητό, αφού έχει πολλαπλασιαστεί με το ανεπιθύμητο σήμα $\cos[(\Delta\omega)t + \varphi]$. Βέβαια, στην περίπτωση που ο συγχρονισμός ήταν τέλειος ($\Delta\omega = 0$ και $\varphi = 0$), τότε το λάθος θα ήταν μηδενικό και η έξοδος του φίλτρου θα ήταν $e_o(t) = 0.5m(t)$. Είναι δυνατή τώρα η διάκριση δύο περιπτώσεων λάθους:

i) Υπάρχει λάθος μόνο στη φάση, δηλαδή $\Delta\omega = 0$ και $\varphi \neq 0$

Στην περίπτωση αυτή $e_i(t) = 0.5m(t)\cos\varphi$ και το πρόβλημα, που δημιουργείται δεν είναι σοβαρό, αν βέβαια το φ είναι σταθερό. Εάν, όμως, το σφάλμα στη φάση φ δεν είναι σταθερό, αλλά μεταβάλλεται τυχαία με το χρόνο, τότε υπάρχει παραμόρφωση του σήματος εξόδου του φίλτρου (γιατί:).

ii) Υπάρχει λάθος μόνο στη συχνότητα, δηλαδή $\Delta\omega \neq 0$ και $\varphi = 0$

Στην περίπτωση αυτή είναι $e_i(t) = 0.5m(t)\cos[(\Delta\omega)t]$, δηλαδή το φάσμα του $m(t)$ κεντράρεται γύρω από τη συχνότητα $\Delta\omega$, οπότε, ακόμα και αν το $\Delta\omega$ είναι πολύ μικρό, η παραμόρφωση του σήματος στην έξοδο του φίλτρου είναι βέβαιη.

Σημειώνεται ότι, για την αντιμετώπιση των ενδεχομένων λαθών στη συχνότητα ή/και στη φάση, ο σύμφωνος δέκτης πρέπει στην πράξη να είναι πιο πολύπλοκος (χρήση κυκλωμάτων ανάδρασης κ.λ.π.).

6. Δίνονται τα σήματα $x_1(t) = [2 + E_1 \cos(\omega_m t)] \cos(\omega_c t)$ και $x_2(t) = E_2 \cos(\omega_m t) \cos(\omega_c t)$, με E_1 και E_2 είναι σταθερές και $\omega_c \gg \omega_m$.

- Να σχεδιάσετε τα φάσματα των δύο σημάτων.
- Να προσδιορίσετε τις τιμές των E_1 και E_2 έτσι ώστε να προκύψει διαμόρφωση 100% στο σήμα AM και η ίδια ισχύς στα δύο σήματα.
- Να προσδιορίσετε το λόγο των αντίστοιχων εξόδων, όταν τα δύο σήματα εφαρμοστούν στην είσοδο ενός σύμφωνου δέκτη.

Απάντηση

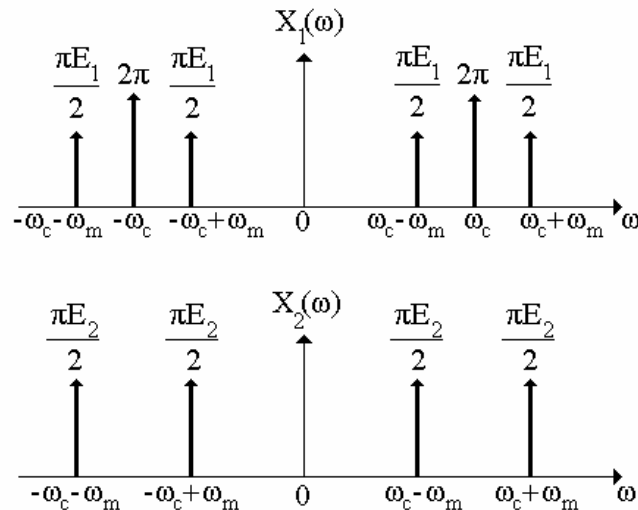
α) Ο Μ/Σ *Fourier* των δύο σημάτων είναι:

$$X_1(\omega) = 2\pi[\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)]$$

$$+ \frac{E_1 \pi}{2} [\delta(\omega - \omega_c - \omega_m) + \delta(\omega - \omega_c + \omega_m) + \delta(\omega + \omega_c - \omega_m) + \delta(\omega + \omega_c + \omega_m)]$$

$$\text{και } X_2(\omega) = \frac{E_2 \pi}{2} [\delta(\omega - \omega_c - \omega_m) + \delta(\omega - \omega_c + \omega_m) + \delta(\omega + \omega_c - \omega_m) + \delta(\omega + \omega_c + \omega_m)]$$

και η μορφή τους δίνονται στο παρακάτω σχήμα.

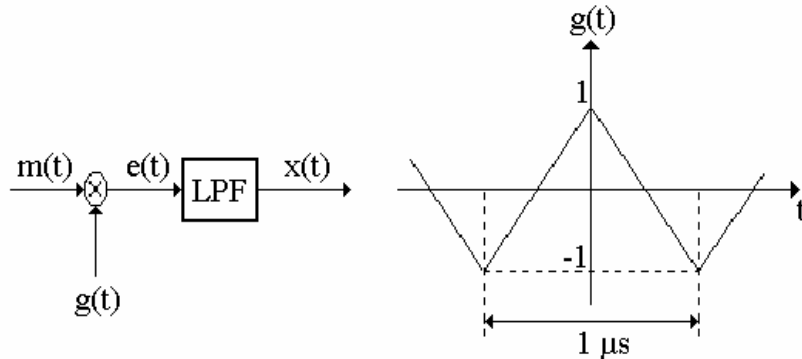


β) Το σήμα $x_1(t)$ είναι ένα σήμα AM με $A_c = 2$ και $m = 0.5E_1$, ενώ το σήμα $x_2(t)$ είναι ένα σήμα DSB . Για να είναι το $x_1(t)$ 100% διαμορφωμένο ($m = 1$), πρέπει $0.5E_1 = 1$, δηλαδή $E_1 = 2$. Η μέση ισχύς των σημάτων $x_1(t)$ και $x_2(t)$ είναι $\overline{P}_{x_1} = 0.5A_c^2 [1 + (m^2/2)] = 2(1 + 1/2) = 3$ και $\overline{P}_{x_2} = 0.25A_c^2 E_2^2 = 0.25E_2^2$, αντίστοιχα. Επομένως, για να είναι η μέση ισχύς των δύο σημάτων ίδια πρέπει $E_2 = 2\sqrt{3}$.

γ) Τα δύο σήματα εισέρχονται στο σύμφωνο δέκτη του Σχήματος 3.6. Όταν η είσοδος είναι το $x_1(t)$ τότε η έξοδος του είναι $0.5E_1 \cos(\omega_m t)$, ενώ όταν η είσοδος είναι το $x_2(t)$ η έξοδος του είναι $0.5E_2 \cos(\omega_m t)$. Συνεπώς, ο ζητούμενος λόγος θα είναι:

$$\frac{(1/2)E_1 \cos(\omega_m t)}{(1/2)E_2 \cos(\omega_m t)} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

7. Σήματα *DSB* μπορούν να δημιουργηθούν από τον πολλαπλασιασμό ενός πληροφοριακού σήματος $m(t)$ μ' έναν μη ημιτονοειδή φορέα και φιλτράροντας την παραγόμενη κυματομορφή, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



α) Να δείξετε ότι το παραπάνω σύστημα λειτουργεί με την προϋπόθεση ότι η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου είναι $f_0 + f_m$, όπου f_0 είναι η θεμελιώδης συχνότητα του $g(t)$ και f_m το εύρος ζώνης του $m(t)$.

β) Αν $m(t) = 2\cos(1000\pi t)$, να βρείτε το εύρος ζώνης του φίλτρου και την έξοδο $x(t)$.

γ) Στην περίπτωση που το σήμα $g(t)$ είχε μια συνεχή (*DC*) συνιστώσα το παραπάνω σύστημα θα λειτουργούσε; Αν όχι, πως θα έπρεπε να τροποποιηθεί για να λειτουργεί;

Απάντηση

Στο Παράδειγμα 3 του Κεφαλαίου 1 βρέθηκε ότι το περιοδικό σήμα $g(t)$ μπορεί να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier ως εξής:

$$g(t) = b_1 \cos(2\pi f_0 t) + b_2 \cos(4\pi f_0 t) + \dots \text{ με } b_n = \frac{8}{(n\pi)^2}, n = \text{περιττός και } f_0 = 1 \text{ MHz}$$

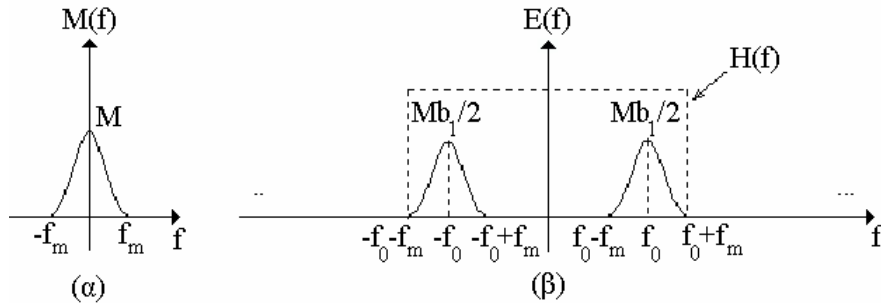
Έτσι, αφού η είσοδος του φίλτρου είναι $e(t) = m(t)g(t)$, το φάσμα $E(f)$ του σήματος που εισέρχεται στο φίλτρο είναι ο μετασχηματισμός *Fourier* του σήματος:

$$e(t) = b_1 m(t) \cos(2\pi f_0 t) + b_3 m(t) \cos(6\pi f_0 t) + \dots$$

δηλαδή είναι:

$$E(f) = \frac{1}{2} b_1 [M(f - 2f_0) + M(f + 2f_0)] + \frac{1}{2} b_3 [M(f - 3f_0) + M(f + 3f_0)] + \dots$$

Έτσι, αν για παράδειγμα το φάσμα $M(f)$ του $m(t)$ έχει τη μορφή της καμπύλης (α) του παρακάτω σχήματος, το φάσμα $E(f)$ θα είναι όπως δίνεται στη καμπύλη (β) του ίδιου σχήματος.



(α) Το φάσμα του $m(t)$ και (β) το φάσμα του $e(t)$.

α) Αν το φίλτρο έχει συχνότητα αποκοπής $f_0 + f_m$, τότε η έξοδος του $x(t)$ θα είναι:

$$x(t) = \frac{8}{\pi^2} m(t) \cos(2\pi f_0 t), \text{ δηλαδή θα είναι ένα σήμα } DSB \text{ με φορέα το } \frac{8}{\pi^2} \cos(2\pi f_0 t).$$

β) Το εύρος ζώνης του φίλτρου θα είναι τώρα 1000.5 kHz.

γ) Αν το $g(t)$ έχει συνεχή συνιστώσα, αυτή θα εμφανίζεται ως ο σταθερός όρος a_0 στη σειρά *Fourier*. Επειδή όμως $a_0 \xrightarrow{\mathfrak{F}} a_0 \delta(f)$, στο φάσμα του $e(t)$ θα υπάρχει όλο το φάσμα του σήματος $m(t)$ γύρω από το σημείο $f=0$. Άρα, το σύστημα δεν θα λειτουργήσει όπως πρέπει, αφού η συνάρτηση αυτή θα "περάσει" από το χαμηλοπερατό φίλτρο. Το πρόβλημα όμως αυτό μπορεί να λυθεί χρησιμοποιώντας ζωνοπερατό φίλτρο κεντραρισμένο στη συχνότητα f_0 και με εύρος ζώνης $2f_m$.

8. Το πληροφοριακό σήμα $x(t) = 2\cos(2000\pi t) + \sin(4000\pi t)$ διαμορφώνει κατά *DSB* ένα ημιτονοειδές σήμα συχνότητας 100 kHz. Να υπολογιστεί και να σχεδιαστεί η φασματική πυκνότητα ισχύος του διαμορφωμένου σήματος.

Απάντηση

Επειδή ο φορέας έχει τη μορφή $\cos(2\pi \times 10^5 t)$, το διαμορφωμένο σήμα θα έχει τη μορφή $y(t) = [2\cos(2\pi \times 10^3 t) + \sin(4\pi \times 10^3 t)]\cos(2\pi \times 10^5 t)$ και επομένως το φάσμα $Y(\omega)$ θα

δίνεται από το Μ/Σ *Fourier* του $y(t)$. Με χρήση τριγωνομετρικών ιδιοτήτων προκύπτει:
 $y(t) = 2\cos(2\pi \times 10^3 t)\cos(2\pi \times 100 \times 10^3 t) + \sin(2\pi \times 2 \times 10^3 t)\cos(2\pi \times 100 \times 10^3 t)$, και συνεπώς

$$Y(\omega) = \pi[\delta(\omega - 2\pi \times 99 \times 10^3) + \delta(\omega + 2\pi \times 99 \times 10^3)]$$

$$- \frac{i\pi}{2}[-\delta(\omega - 2\pi \times 98 \times 10^3) + \delta(\omega + 2\pi \times 98 \times 10^3)]$$

$$+ \pi[\delta(\omega - 2\pi \times 101 \times 10^3) + \delta(\omega + 2\pi \times 101 \times 10^3)]$$

$$- \frac{i\pi}{2}[\delta(\omega - 2\pi \times 102 \times 10^3) - \delta(\omega + 2\pi \times 102 \times 10^3)]$$

$$\text{ή } Y(f) = \frac{1}{2}[\delta(f - 99 \times 10^3) + \delta(f + 99 \times 10^3)] - \frac{i}{4}[-\delta(f - 98 \times 10^3) + \delta(f + 98 \times 10^3)]$$

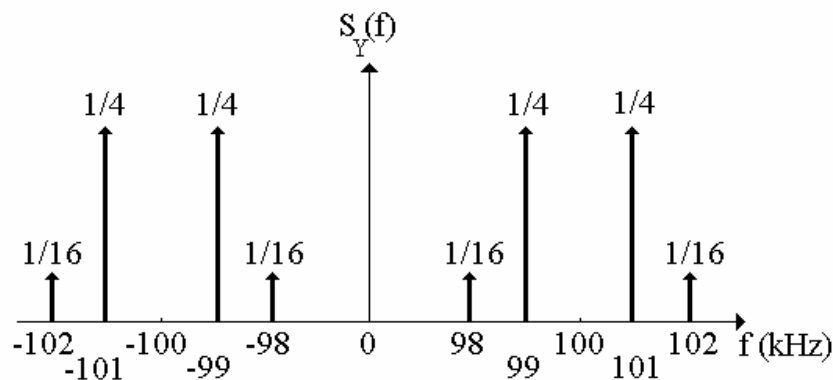
$$+ \frac{1}{2}[\delta(f - 101 \times 10^3) + \delta(f + 101 \times 10^3)] - \frac{i}{4}[\delta(f - 102 \times 10^3) - \delta(f + 102 \times 10^3)]$$

Δεδομένου ότι η φασματική πυκνότητα ισχύος είναι $S_Y(f) = |Y(f)|^2$, τότε:

$$S_Y(f) = \frac{1}{4}[\delta(f - 99 \times 10^3) + \delta(f + 99 \times 10^3)] + \frac{1}{16}[\delta(f - 98 \times 10^3) + \delta(f + 98 \times 10^3)]$$

$$+ \frac{1}{4}[\delta(f - 101 \times 10^3) + \delta(f + 101 \times 10^3)] + \frac{1}{16}[\delta(f - 102 \times 10^3) + \delta(f + 102 \times 10^3)]$$

και το σχεδιάγραμμα αυτής δίνεται στο ακόλουθο σχήμα:

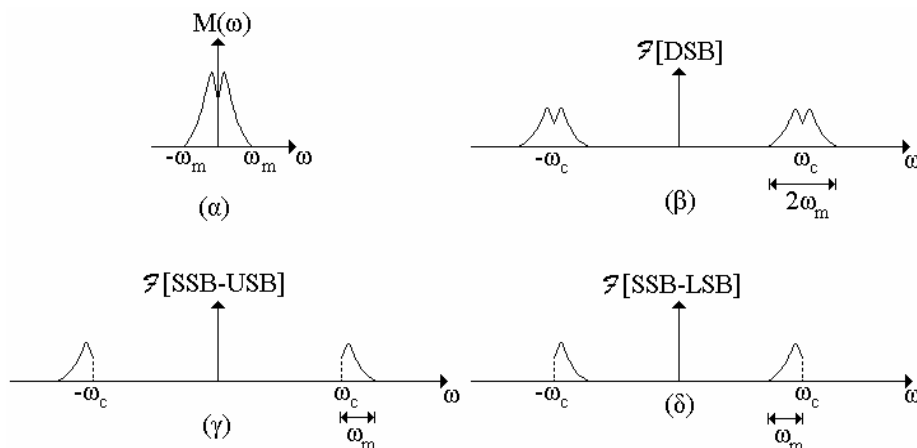


3.4 Διαμόρφωση Πλάτους μιας Πλευρικής Ζώνης (*Amplitude Modulation Single Side Band, AM-SSB*)

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η διαμόρφωση *DSB* υπερέχει της *AM* όσον αφορά τις απαιτήσεις ισχύος του πομπού. Από την άλλη πλευρά, και οι δύο τεχνικές οδηγούν σε διπλασιασμό του εύρους ζώνης του πληροφοριακού σήματος, το οποίο μεταδίδεται από τον πομπό. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να αντιμετωπισθεί ως εξής: Αν κανείς θυμηθεί τη συμμετρική ιδιότητα του *M/Σ Fourier* για σήματα με πραγματικές τιμές, δηλαδή:

$$F(-\omega) = F^*(\omega) \text{ ή } F(\omega) = F^*(-\omega) \quad (3.20)$$

είναι φανερό ότι οι πλευρικές ζώνες των σημάτων *AM* και *DSB* είναι συμμετρικές μεταξύ τους. Επιπλέον, είναι γνωστό ότι ο πολλαπλασιασμός ενός σήματος μ' ένα ημιτονοειδές σήμα συχνότητας ω_c έχει το εξής αποτέλεσμα: το φασματικό περιεχόμενο των θετικών συχνοτήτων (δηλαδή το $F(\omega)$ για $\omega > 0$) γίνεται η **άνω πλευρική ζώνη** (*Upper Side Band, USB*), ενώ το περιεχόμενο των αρνητικών συχνοτήτων (δηλαδή το $F(\omega)$ για $\omega < 0$) γίνεται η **κάτω πλευρική ζώνη** (*Lower Side Band, LSB*). Έτσι η εκπομπή μιας μόνο από τις δύο πλευρικές ζώνες (για πραγματικά σήματα) είναι αρκετή, αφού το φασματικό της περιεχόμενο περιέχει όλη τη πληροφορία του σήματος. Στην περίπτωση κατά την οποία το πληροφοριακό σήμα $m(t)$ έχει φάσμα $M(\omega)$, όπως αυτό φαίνεται στο Σχήμα 3.9α, τα φάσματα των σημάτων *AM-SSB* άνω πλευρικής ζώνης (*SSB-USB*) και *SSB* κάτω πλευρικής ζώνης (*SSB-LSB*) δίνονται στα Σχήματα 3.9β, 3.9γ και 3.9δ, αντίστοιχα.



Σχήμα 3.9. (α) Το φάσμα $M(\omega)$, (β) το φάσμα του *DSB*, (γ) το φάσμα του *SSB-USB* και (δ) το φάσμα του *SSB-LSB*.

Από τα Σχήματα 3.9γ και 3.9δ φαίνεται αμέσως ότι το εύρος ζώνης του σήματος *SSB* είναι:

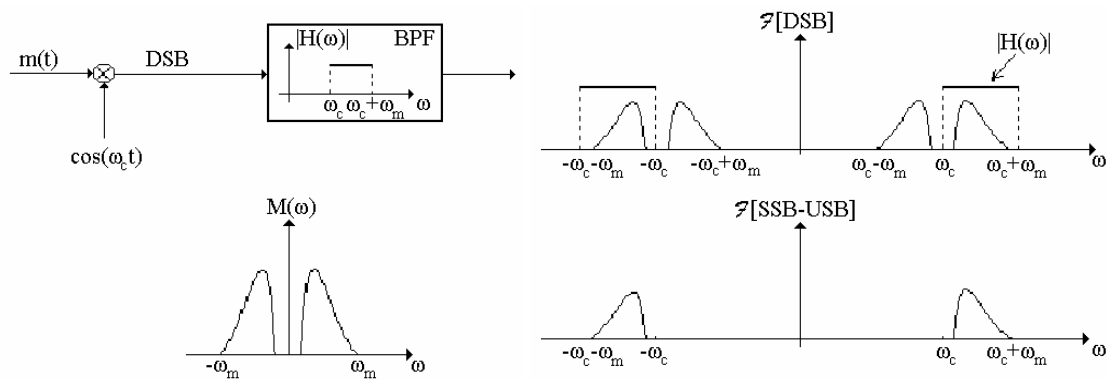
$$B = \omega_m \quad (3.21)$$

ενώ η μέση εκπεμπόμενη ισχύς είναι:

$$\bar{P} = 0.5 \bar{P}_c \bar{P}_m \quad (3.22)$$

Από τις εξισώσεις (3.21) και (3.22) φαίνεται καθαρά η βελτίωση, που προσφέρει η *SSB* διαμόρφωση, όσον αφορά τις απαιτήσεις του πομπού σε ισχύ και εύρος ζώνης.

Μια "προφανής" μέθοδος δημιουργίας ενός σήματος *SSB* είναι αυτή, η οποία χρησιμοποιεί ένα κατάλληλο ζωνοπερατό φίλτρο, που "κόβει" τη μια πλευρική ζώνη από ένα σήμα *DSB*. Η διαδικασία αυτή φαίνεται στο Σχήμα 3.10 για τη δημιουργία ενός σήματος *SSB-USB*. Σημειώνεται ότι η τεχνική αυτή δεν είναι γενικά εύκολο να υλοποιηθεί στην πράξη, εκτός αν το πληροφοριακό σήμα δεν έχει φασματικό περιεχόμενο στις χαμηλές συχνότητες. Ο λόγος είναι ότι τα φίλτρα, τα οποία πρέπει να χρησιμοποιηθούν, πρέπει να έχουν πολύ απότομη χαρακτηριστική, πράγμα που στην πράξη είναι πολύ δύσκολο.



Σχήμα 3.10. Δημιουργία ενός σήματος *SSB-USB* με χρήση ζωνοπερατού φίλτρου.

Μια εναλλακτική μέθοδος για τη δημιουργία σημάτων *SSB* είναι αυτή, που χρησιμοποιεί κυκλώματα αλλαγής φάσης. Για να γίνει κατανοητή η τεχνική αυτή, υποθέτουμε ότι το πληροφοριακό σήμα $m(t)$ είναι ημιτονοειδές, δηλαδή $m(t) = \cos(\omega_m t)$. Τότε, το σήμα *DSB* είναι:

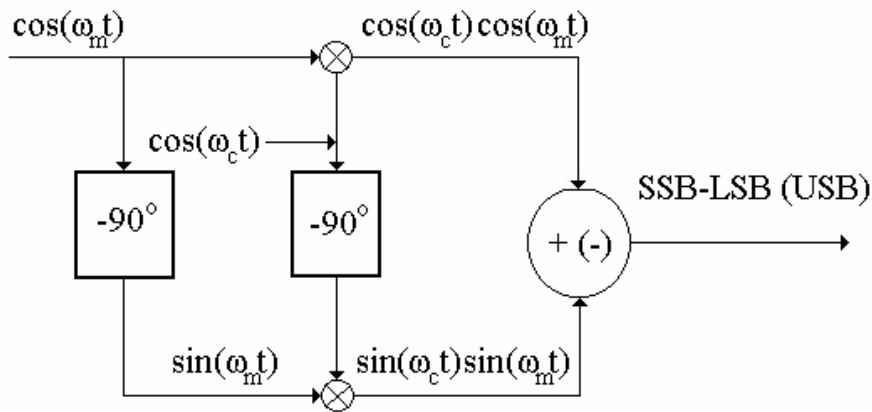
$$x_{DSB}(t) = \cos(\omega_m t) \cos(\omega_c t) = \frac{1}{2} \cos[(\omega_c - \omega_m)t] + \frac{1}{2} \cos[(\omega_c + \omega_m)t] \quad (3.23)$$

Η άνω και κάτω πλευρική ζώνη (*USB*) του διαμορφωμένου σήματος είναι αντίστοιχα:

$$x_{SSB-USB}(t) = \cos(\omega_m t) \cos(\omega_c t) - \sin(\omega_m t) \sin(\omega_c t) \quad (3.24\alpha)$$

$$x_{SSB-LSB}(t) = \cos(\omega_m t) \cos(\omega_c t) + \sin(\omega_m t) \sin(\omega_c t) \quad (3.24\beta)$$

Οι σχέσεις (3.24) δείχνουν τον τρόπο υλοποίησης της διαμόρφωσης *SSB* (Σχήμα 3.11).



Σχήμα 3.11. Δημιουργία ενός σήματος *SSB*, όταν το πληροφοριακό σήμα είναι ημιτονοειδές.

Μπορεί ν' αποδειχτεί ότι αυτό, που ισχύει για την περίπτωση ημιτονοειδούς πληροφοριακού σήματος, ισχύει και για την περίπτωση τυχαίου σήματος. Δηλαδή, στη γενική περίπτωση ισχύει:

$$x_{SSB-USB}(t) = m(t) \cos(\omega_c t) - \hat{m}(t) \sin(\omega_c t) \quad \text{και} \quad x_{SSB-LSB}(t) = m(t) \cos(\omega_c t) + \hat{m}(t) \sin(\omega_c t) \quad (3.25)$$

όπου $\hat{m}(t)$ είναι το σήμα που προκύπτει με ολίσθηση του $m(t)$ κατά 90° σε κάθε συχνότητα και το οποίο ονομάζεται **Μετασχηματισμός Hilbert** του $m(t)$ και ορίζεται από τη σχέση:

$$\hat{m}(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} M(\omega) \sin(\omega t) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{M}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.26)$$

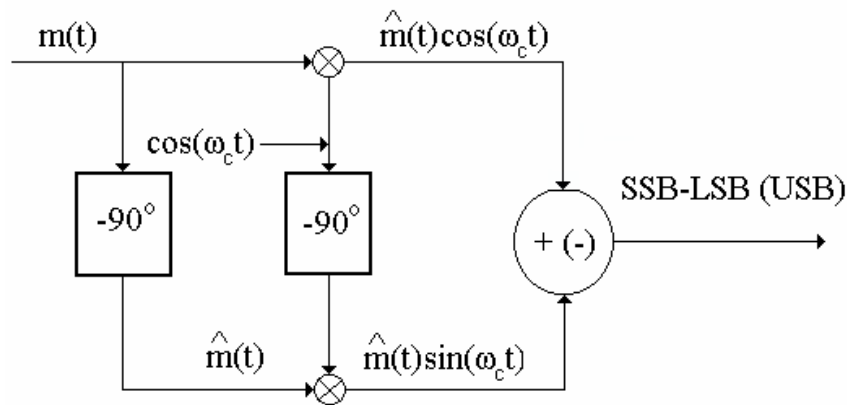
Ο Μ/Σ Fourier $\hat{M}(\omega)$ του $\hat{m}(t)$ αποδεικνύεται ότι δίνεται από τη σχέση:

$$\hat{M}(\omega) = \begin{cases} -iM(\omega) & , \omega > 0 \\ iM(\omega) & , \omega < 0 \end{cases} \quad (3.27)$$

Στη συνέχεια, δίνονται μερικά παραδείγματα για το Μετασχηματισμό αυτό.

- i) $m(t) = 1/(1+t^2)$. Τότε $M(\omega) = \pi \exp(-|\omega|)$ και $\hat{m}(t) = t/(1+t^2)$.
- ii) $m(t) = \begin{cases} 1 & , |t| < 1 \\ 0 & , |t| > 1 \end{cases}$. Τότε $M(\omega) = 2 \frac{\sin \omega}{\omega}$ και $\hat{m}(t) = \frac{1}{\pi} \ln \left| \frac{t+1}{t-1} \right|$.

Ο τρόπος υλοποίησης της διαμόρφωσης *SSB* σύμφωνα με τις εξισώσεις (3.25) φαίνεται στο Σχήμα 3.12. Σημειώνεται ότι ο τρόπος διαμόρφωσης *SSB* βρίσκει ευρεία εφαρμογή στα ψηφιακά σήματα και σε σήματα με περιορισμένο εύρος ζώνης.

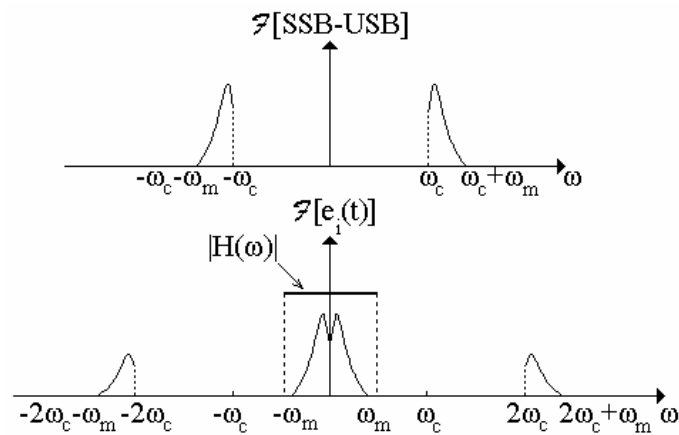
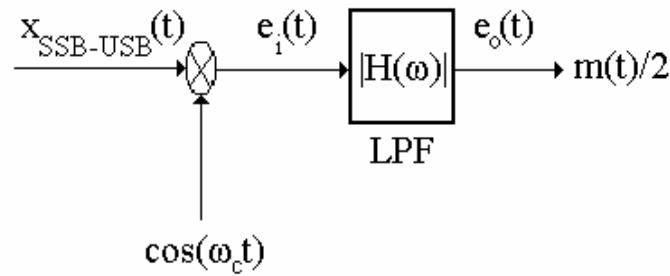


Σχήμα 3.12. Δημιουργία *SSB* σήματος για τυχαίο πληροφοριακό σήμα.

Στη συνέχεια της ανάλυσης, θα παρουσιαστεί η αποδιαμόρφωση του σήματος *SSB*. Οι εξισώσεις (3.25) δείχνουν ότι ο σύμφωνος τρόπος αποδιαμόρφωσης είναι κατάλληλος και για τα σήματα *SSB*. Στο Σχήμα 3.13 φαίνεται το διάγραμμα ενός σύμφωνου αποδιαμορφωτή *SSB-USB* καθώς και η διαδικασία αποδιαμόρφωσης στο πεδίο της συχνότητας. Συγκεκριμένα, το σήμα *SSB*, το οποίο λαμβάνεται στο δέκτη, πολλαπλασιάζεται με το φορέα $\cos(\omega_c t)$ και προκύπτει το σήμα $e_i(t)$:

$$e_i(t) = x_{SSB}(t) \cos(\omega_c t) = [\hat{m}(t) \cos(\omega_c t) \pm \hat{m}(t) \sin(\omega_c t)] \cos(\omega_c t)$$

$$= \frac{1}{2}m(t) + \frac{1}{2}m(t)\cos(2\omega_c t) \pm \frac{1}{2}\hat{m}(t)\sin(2\omega_c t) \quad (3.28)$$



Σχήμα 3.13. Σύμφωνη αποδιαμόρφωση ενός σήματος SSB–USB.

Το χαμηλοπερατό φίλτρο (*LPF*) θα αποκόψει τα σήματα, που είναι "κεντραρισμένα" γύρω από τη συχνότητα $\pm 2\omega_c$ και θα επιτρέψει μόνο τη διέλευση του σήματος βασικής ζώνης συχνοτήτων $0.5m(t)$. Η ύπαρξη σφάλματος φάσης φ ή/και συχνότητας $\Delta\omega$ στο ημιτονοειδές σήμα του δέκτη έχει σαν αποτέλεσμα η έξοδος του σύγχρονου δέκτη να μην είναι $0.5m(t)$, αλλά:

$$e_o(t) = \frac{1}{2}m(t)\cos[(\Delta\omega)t + \varphi] \mp \frac{1}{2}\hat{m}(t)\sin[(\Delta\omega)t + \varphi] \quad (3.29)$$

(βλέπε και Παράδειγμα 5).

Στην περίπτωση, που υπάρχει μόνο σφάλμα φάσης ($\varphi \neq 0, \Delta\omega = 0$), είναι:

$$e_o(t) = \frac{1}{2}[m(t)\cos\varphi \mp \hat{m}(t)\sin\varphi] \quad (3.30)$$

Αυτή η παραμόρφωση είναι ανεκτή σε τηλεπικοινωνίες φωνής, γιατί επιδρά στη χροιά και στο ύψος της φωνής και όχι στην ευκρίνεια.

Όταν υπάρχει μόνο σφάλμα στη συχνότητα ($\varphi = 0, \Delta\omega \neq 0$), τότε:

$$e_o(t) = \frac{1}{2} \left\{ m(t)\cos[(\Delta\omega)t] \mp \hat{m}(t)\cos[(\Delta\omega)t] \right\} \quad (3.31)$$

και η παραμόρφωση αυτή είναι ανεκτή (π.χ. σε τηλεφωνία), εφόσον το σφάλμα στη συχνότητα $\Delta\omega$ είναι μικρό σε σχέση με το εύρος ζώνης του σήματος $m(t)$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 9

Ένα σήμα $m(t) = 2\cos(1000\pi t) + \cos(2000\pi t)$ διαμορφώνει κατά *SSB-USB* το φορέα $10\cos(10^5\pi t)$. Να εκφράσετε το διαμορφωμένο σήμα στο πεδίο του χρόνου και στο πεδίο της συχνότητας.

Απάντηση

Το διαμορφωμένο σήμα *DSB* είναι της μορφής:

$$\begin{aligned} x_{DSB}(t) &= [2\cos(1000\pi) + \cos(2000\pi)] 10\cos(10^5\pi t) \\ &= 20\cos(1000\pi)\cos(10^5\pi t) + 10\cos(2000\pi)\cos(10^5\pi t) \\ &= \underline{10\cos[\pi(10^5 + 10^3)t] + 5\cos[\pi(10^5 + 2 \times 10^3)t]} \\ &\quad + 10\cos[\pi(10^5 - 10^3)t] + 5\cos[\pi(10^5 - 2 \times 10^3)t] \end{aligned}$$

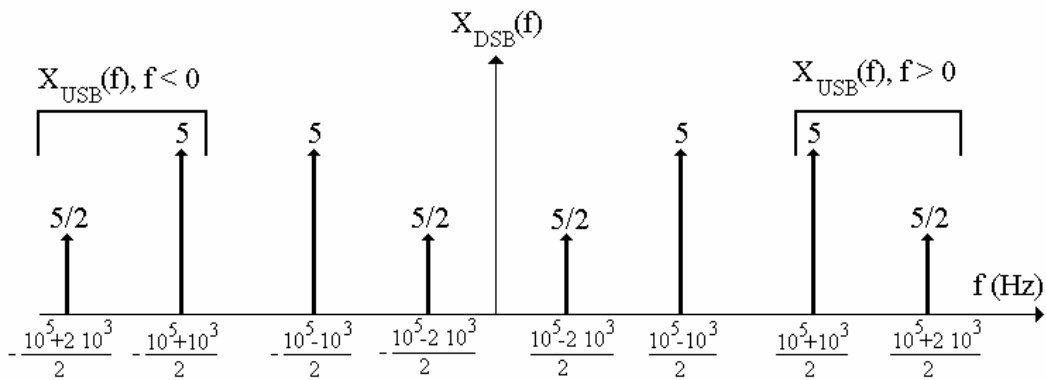
Οι δύο πρώτοι όροι (υπογραμμισμένοι) του δεξιού μέλους της παραπάνω έκφρασης αποτελούν την άνω πλευρική ζώνη (*USB*) του διαμορφωμένου σήματος, ενώ οι δύο τελευταίοι (μη υπογραμμισμένοι) όροι αποτελούν την κάτω πλευρική ζώνη του (*LSB*). Έτσι, το σήμα *SSB-USB* έχει τις παρακάτω μορφές στο πεδίο του χρόνου και της συχνότητας, αντίστοιχα:

$$x_{SSB-USB}(t) = 10\cos[\pi(10^5 + 10^3)t] + 5\cos[\pi(10^5 + 2 \times 10^3)t]$$

$$\mathfrak{X}[x_{SSB-USB}(t)] = X_{SSB-USB}(\omega) = 2\pi X_{SSB-USB}(f)$$

$$\begin{aligned}
X_{SSB-USB}(\omega) &= 10\pi \left\{ \delta \left[\omega - 2\pi \left(\frac{10^5 + 10^3}{2} \right) \right] + \delta \left[\omega + 2\pi \left(\frac{10^5 + 10^3}{2} \right) \right] \right\} \\
&+ 5\pi \left\{ \delta \left[\omega - 2\pi \left(\frac{10^5 + 2 \times 10^3}{2} \right) \right] + \delta \left[\omega + 2\pi \left(\frac{10^5 + 2 \times 10^3}{2} \right) \right] \right\} \Rightarrow \\
X_{SSB-USB}(f) &= 5 \left\{ \delta \left[f - \frac{10^5 + 10^3}{2} \right] + \delta \left[f + \frac{10^5 + 10^3}{2} \right] \right\} \\
&+ \frac{5}{2} \left\{ \delta \left[f - \frac{10^5 + 2 \times 10^3}{2} \right] + \delta \left[f + \frac{10^5 + 2 \times 10^3}{2} \right] \right\}
\end{aligned}$$

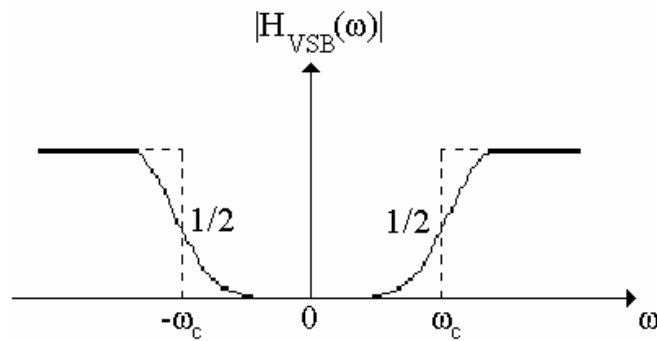
Τα φάσματα $X_{DSB}(f)$ και $X_{SSB-USB}(f)$ φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



3.5 Διαμόρφωση Κατάλοιπης Πλευρικής Ζώνης (*Vestigial Side Band, VSB*)

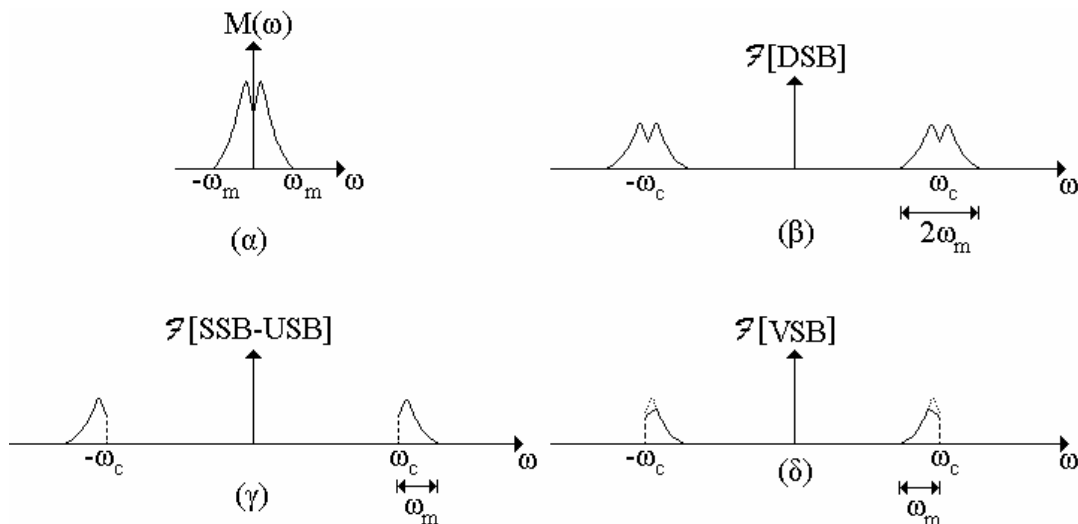
Στη διαμόρφωση αυτή, αντί της πλήρους αποκοπής μιας πλευρικής ζώνης με χρήση φίλτρου (μέθοδος που είναι δύσκολη λόγω των απαιτήσεων στις πλευρές του φίλτρου), εφαρμόζεται η εξής διαδικασία: η πλευρική ζώνη αποκόπτεται σταδιακά με χρήση κατάλληλου φίλτρου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.14. Έτσι, η μια πλευρική ζώνη περνάει ολόκληρη, αλλά ταυτόχρονα, το "φιλτραρισμένο" σήμα περιέχει και τμήμα της άλλης πλευρικής. Το φίλτρο του Σχήματος 3.14 πρέπει να έχει συνάρτηση μεταφοράς τέτοια ώστε οι συχνότητες, που αποκόπτονται στη μια πλευρική ζώνη κοντά στη συχνότητα μηδέν, να αντισταθμίζονται ακριβώς από τις συχνότητες, που παραμένουν

στην άλλη πλευρική ζώνη. Η απαίτηση αυτή ικανοποιείται, αν η συνάρτηση μεταφοράς παρουσιάζει περιττή συμμετρία γύρω από τη συχνότητα του φορέα ω_c .



Σχήμα 3.14. Η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου για τη δημιουργία σήματος *VSB*.

Στο Σχήμα 3.15 φαίνεται η δημιουργία ενός διαμορφωμένου σήματος *VSB* φιλτράροντας κατάλληλα ένα σήμα *DSB*. Σημειώνεται ότι στο σχήμα αυτό φαίνεται η μετάδοση της άνω πλευρικής ζώνης. Το σήμα *VSB*, αφού μεταδοθεί, μπορεί να αποδιαμορφωθεί με τη βοήθεια ενός σύμφωνου αποδιαμορφωτή. Στην περίπτωση, που το σήμα *VSB* έχει δημιουργηθεί από ένα σήμα *DSB*, περιέχει δηλαδή και ένα τμήμα του φορέα, μπορεί να αποδιαμορφωθεί με τη βοήθεια του αποδιαμορφωτή περιβάλλουσας.



Σχήμα 3.15. (α) Το φάσμα του πληροφοριακού σήματος, (β) το φάσμα του διαμορφωμένου σήματος *DSB*, (γ) Το φάσμα του διαμορφωμένου σήματος *SSB-USB* και (δ) Το φάσμα του διαμορφωμένου σήματος *VSB*.

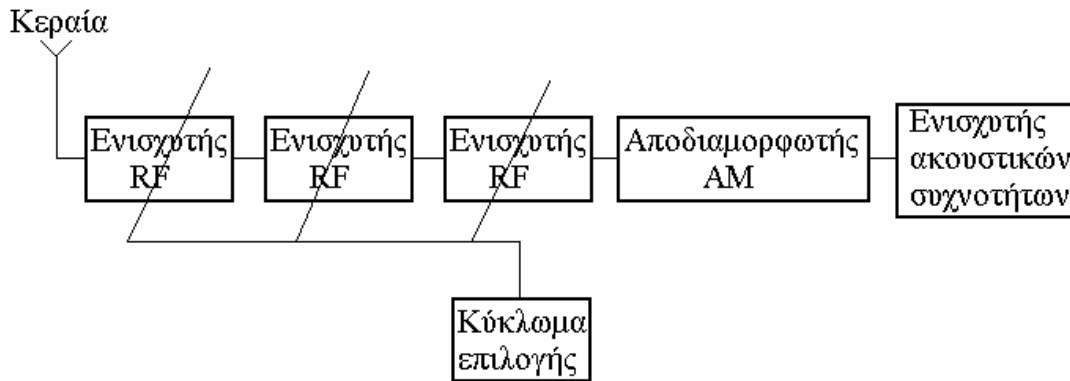
Από τα παραπάνω είναι προφανές ότι, η διαμόρφωση *VSB* αποτελεί ουσιαστικά ένα "συμβιβασμό" μεταξύ των διαμορφώσεων *DSB* και *SSB* και χρησιμοποιείται κυρίως σε εφαρμογές, όπου τα πληροφοριακά σήματα έχουν μεγάλο εύρος ζώνης και σημαντικό αρμονικό περιεχόμενο στις χαμηλές συχνότητες (π.χ. *facsimile*, εικόνα της τηλεόρασης, κ.λ.π.).

3.6 Ραδιοφωνική Εκπομπή και Λήψη *AM*

Οι φέρουσες συχνότητες στη ραδιοφωνία *AM* κατανέμονται στην περιοχή συχνοτήτων από 540 έως 1600 kHz και χωρίζονται μεταξύ τους κατά 10 kHz. Γειτονικές φέρουσες συχνότητες χωρίζονται με 30 kHz ή και περισσότερο, το δε εύρος ζώνης του πληροφοριακού σήματος είναι 4 ως 5 kHz. Η επιτρεπόμενη μέση ισχύς του φορέα είναι από 1 kW (για τοπικό σταθμό) ως 50 kW (για περιφερειακό σταθμό) και ο δείκτης διαμόρφωσης κυμαίνεται μεταξύ 0.85 ως 0.95. Οι δέκτες *AM*, που χρησιμοποιήθηκαν αρχικά, αποτελούνταν αρχικά από μια κεραία, ένα κύκλωμα *LC* για το συντονισμό στην επιθυμητή συχνότητα, ένα φωρατή περιβάλλουσα και ένα ζεύγος ακουστικών. Η **ευαισθησία**, δηλαδή η ικανότητα να λαμβάνει ασθενή σήματα, και η **επιλεκτικότητα**, δηλαδή η ικανότητα να ξεχωρίζει σήματα διαφορετικών σταθμών, των δεκτών αυτών ήταν πολύ μικρές, εκτός αν ο δέκτης βρισκόταν κοντά στον πομπό. Για την αύξηση της ευαισθησίας και της επιλεκτικότητας ήταν αναγκαία η χρήση ενισχυτών και φίλτρων. Συνήθως, για να είναι δυνατή η αποδιαμόρφωση του σήματος χρειάζονται τρεις βαθμίδες ενίσχυσης, οι οποίες συντονίζονται ταυτόχρονα και ενισχύουν το σήμα σε ικανοποιητικό βαθμό (Σχήμα 3.16).

Ο δέκτης, που περιγράφηκε, είχε δύο σημαντικά μειονεκτήματα: το ένα ήταν το μεγάλο εύρος ζώνης συχνοτήτων λειτουργίας, που έπρεπε να έχουν οι τρεις ενισχυτές, και το δεύτερο η ανάγκη σύγχρονου συντονισμού τους στην περιοχή που είχε επιλεγεί. Η ανάγκη ένα σημαντικό μέρος της ενίσχυσης του σήματος να γίνεται σε μια στενή ζώνη συχνοτήτων, ανεξάρτητα από το ποιος σταθμός είχε επιλεγεί, οδήγησε στην επινόηση του **ετερόδυνου δέκτη** (*heterodyne receiver*). Η βασική ιδέα του ετερόδυνου δέκτη είναι η μετάθεση του σήματος *AM* από την περιοχή συχνοτήτων *RF* στην περιοχή μιας ενδιάμεσης συχνότητας (*intermediate frequency, IF*), η οποία είναι ανεξάρτητη από τη συχνότητα *RF* και ίδια σχεδόν παντού διεθνώς. Έτσι, το σήμα, πριν φτάσει στον

αποδιαμορφωτή, ενισχύεται στην ενδιάμεση συχνότητα. Αν τώρα η ενδιάμεση συχνότητα είναι χαμηλότερη της συχνότητας RF , αλλά υψηλότερη από τη μεγαλύτερη συχνότητα του αποδιαμορφωμένου σήματος, τότε ο δέκτης λέγεται **υπερετερόδυνος** (*superheterodyne*). Σχεδόν σε όλο τον κόσμο, η συχνότητα IF στη ραδιοφωνία AM είναι 455 KHz.

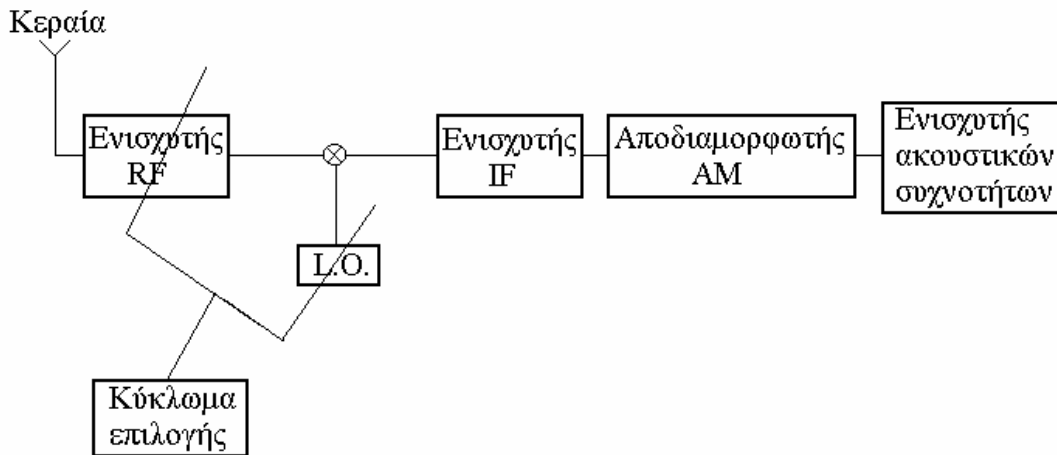


Σχήμα 3.16. Μορφή των πρώτων δεκτών AM .

Η μετάθεση του φάσματος στη ραδιοφωνία IF γίνεται με μίξη του σήματος RF με το σήμα τοπικού ταλαντωτή (*local oscillator, LO*) με συχνότητα f_{LO} , που δίνεται από τη σχέση $f_{LO} = 455 \text{ kHz} + f_{RF}$, όπου f_{RF} είναι η συχνότητα του σταθμού, που επιλέχθηκε. Ο λόγος, που χρησιμοποιούνται υπερτερόδυνος δέκτες με $f_{LO} > f_{RF}$, είναι το γεγονός ότι είναι ευκολότερο να κατασκευαστούν ταλαντωτές, που λειτουργούν γραμμικά στην περιοχή συχνοτήτων 1 έως 2 MHz παρά στην περιοχή 0.1 έως 1.1 MHz. Το *block* διάγραμμα ενός υπερτερόδυνος δέκτη φαίνεται στο Σχήμα 3.17.

Το βασικό μειονέκτημα, που έχει ο υπερτερόδυνος δέκτης, είναι ότι, εκτός από τη συχνότητα $f_{RF} = f_{LO} - 455 \text{ kHz}$ που επιλέγεται, και η συμμετρική του ως προς την f_{LO} , δηλαδή η $f'_{RF} = f_{LO} + 455 \text{ kHz}$, είναι δυνατό να ενισχυθεί από την ενδιάμεση βαθμίδα. Το αποτέλεσμα είναι ότι τα δύο αυτά σήματα δεν είναι δυνατόν να διαχωριστούν και το ένα είναι ανεπιθύμητη παρεμβολή για το άλλο. Η συχνότητα f'_{RF} είναι η λεγόμενη **συχνότητα-είδωλο** (*image-frequency*) της f_{RF} και αντίστροφα. Σημειώνεται ότι οι συχνότητες-είδωλα διαφέρουν κατά το διπλάσιο της ενδιάμεσης συχνότητας. Το πρόβλημα των συχνοτήτων-ειδώλων λύνεται επιλέγοντας την ενδιάμεση συχνότητα όσο το δυνατόν υψηλότερη, έτσι ώστε η συχνότητα-είδωλο να είναι έξω από τη ζώνη

συχνοτήτων AM . Η επιλογή της συχνότητας των 455 kHz έγινε, γιατί μεγιστοποιεί τη δυνατότητα απόρριψης της συχνότητας-ειδώλου πριν τη μετάθεση στην ενδιάμεση συχνότητα. Η χρήση των υπερετερόδυνων δεκτών επεκτείνεται, εκτός της ραδιοφωνίας AM και στη ραδιοφωνία FM αλλά και στην εμπορική τηλεόραση. Φυσικά, υπάρχουν διαφορές των υπερετερόδυνων δεκτών στις επιμέρους λεπτομέρειες στις διάφορες εφαρμογές. Έτσι, στη ραδιοφωνία FM η ενδιάμεση συχνότητα είναι στα 10.7 MHz.



Σχήμα 3.17. Ο (υπέρ)ετερόδυνος δέκτης.

3.7 Επίδραση του Θορύβου στη Διαμόρφωση Πλάτους

Μέχρι τώρα εξετάστηκε η διαμόρφωση πλάτους, χωρίς να ληφθεί υπόψη ο θόρυβος, που επιδρά στα σήματα κατά τη διαδρομή τους στο τηλεπικοινωνιακό κανάλι. Για την ανάλυση της επίδρασης του θορύβου, τόσο στη διαμόρφωση πλάτους όσο και στη διαμόρφωση συχνότητας, που θα εξεταστεί στο επόμενο κεφάλαιο, θα γίνουν οι ακόλουθες παραδοχές:

- i) Θα υποθεθεί ότι υπάρχει μόνο ένας θόρυβος $N(t)$ και ότι η επίδρασή του είναι προσθετική. Αν υπάρχουν και άλλοι θόρυβοι, τότε ο $N(t)$ θα είναι το άθροισμα όλων των θορύβων αυτών.
- ii) Θα θεωρηθούν, ακόμα, γνωστά κάποια στατιστικά χαρακτηριστικά του θορύβου. Έτσι, ο μέσος όρος του υποτίθεται μηδέν και η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης $R_N(\tau)$ ή η φασματική πυκνότητα ισχύος $S_N(\omega)$ θεωρείται γνωστή.

- iii) Θα θεωρείται ο θόρυβος ασυσχέτιστος με τα πληροφοριακά σήματα. Έτσι, θα λαμβάνεται η συνάρτηση ετεροσυσχέτισης $R_{SN}(\tau) = 0$ καθώς και η $S_{SN}(\omega) = 0$, όπου $s(t)$ θεωρείται ότι είναι το πληροφοριακό σήμα.
- iv) Η ανάλυση θα γίνεται στο δέκτη του συστήματος και θα βασίζεται στο κριτήριο του λόγου σήματος-προς-θόρυβο (SNR). Πιο συγκεκριμένα, θα θεωρείται ότι στο δέκτη φτάνει ένα σήμα $z(t) = s(t) + N(t)$ και θα γίνεται ο υπολογισμός του SNR στην είσοδο του δέκτη. Μετά, αφού το $z(t)$ περάσει από το δέκτη, θα υπολογίζεται ο SNR στην έξοδο του δέκτη. Τέλος, θα υπολογίζεται ο λόγος:

$$a = \frac{SNR_{out}}{SNR_{in}} \quad (3.32)$$

ο οποίος ονομάζεται **απολαβή φώρασης** (ή **κέρδος αποδιαμόρφωσης**), που όσο μεγαλύτερος είναι για ένα σύστημα, τόσο καλύτερος είναι ο δέκτης (δηλαδή ο αποδιαμορφωτής) και, επομένως, το ίδιο το σύστημα.

- v) Ο αποδιαμορφωτής θα θεωρείται ιδανικός με την έννοια ότι δεν προσθέτει θόρυβο. Η υπόθεση αυτή είναι αναγκαία για να υπάρχει η δυνατότητα σύγκρισης των διαφόρων συστημάτων κάτω από τις ίδιες συνθήκες. Φυσικά στην πράξη, οι αποδιαμορφωτές εισάγουν κάποιο θόρυβο (θερμικό ή βολής), αλλά είναι αρκετά μικρότερος σε σύγκριση με το τι έχει προστεθεί μέχρι εκείνη τη στιγμή κατά τη διαδρομή του σήματος στο κανάλι.

Το διαμορφωμένο σήμα μαζί με το θόρυβο, αφού περάσει από το κανάλι και ενισχυθεί, είναι ουσιαστικά ένα σήμα στενής ζώνης γύρω από τη συχνότητα ω_c του φορέα. Έτσι, ο θόρυβος μπορεί να θεωρηθεί σαν **θόρυβος στενής ζώνης** γύρω από την ω_c . Για το θόρυβο στενής ζώνης μπορεί να αποδειχτεί ότι η μορφή, που έχει στο πεδίο του χρόνου, είναι:

$$N(t) = n_c(t)\cos(\omega_c t) - n_s(t)\sin(\omega_c t) \quad (3.33)$$

όπου τα $n_c(t)$ και $n_s(t)$ είναι σήματα, τα οποία μεταβάλλονται τυχαία με το χρόνο (είναι δηλαδή **τυχαίες μεταβλητές**), έχουν μηδενική μέση τιμή και είναι ασυσχέτιστα. Με βάση τα παραπάνω, στη συνέχεια θα αναλυθούν τα συστήματα AM και DSB , κάνοντας αρχή (για λόγους απλότητας) από το σύστημα DSB και συνεχίζοντας με το AM .

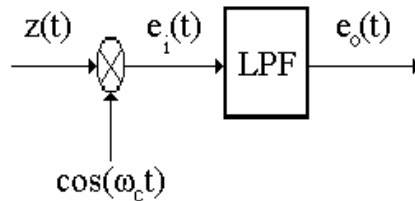
3.7.1 Το σύστημα DSB

Έστω ότι στο δέκτη του συστήματος DSB (Σχήμα 3.18) φτάνει το σήμα $z(t) = s(t) + N(t)$, όπου $s(t) = m(t)\cos(\omega_c t)$ είναι το διαμορφωμένο σήμα, $m(t)$ το πληροφοριακό σήμα, ενώ ο θόρυβος $N(t)$ θεωρείται ότι δίνεται από την εξίσωση (3.33). Υποτίθεται, επίσης, ότι ο θόρυβος $N(t)$ στην είσοδο του αποδιαμορφωτή έχει ισχύ:

$$R_N(0) = \overline{N^2(t)} = P_N \quad (3.34)$$

ενώ το πληροφοριακό σήμα $m(t)$ έχει ισχύ P_M :

$$P_M = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} m^2(t) dt \quad (3.35)$$



Σχήμα 3.18. Ο (σύμφωνος) αποδιαμορφωτής DSB με θόρυβο.

Στην είσοδο του δέκτη το διαμορφωμένο σήμα $s(t)$ έχει ισχύ P_S :

$$\begin{aligned} P_S &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} m^2(t) \cos^2(\omega_c t) dt = \frac{1}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} m^2(t) [1 + \cos(2\omega_c t)] dt \\ &= \frac{1}{2} P_M + \frac{1}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} m^2(t) \cos(2\omega_c t) dt \cong \frac{1}{2} P_M \end{aligned} \quad (3.36)$$

Άρα, ο λόγος σήματος-προς-θόρυβο SNR_{in} στην είσοδο του δέκτη είναι:

$$SNR_{in} = \frac{P_M}{2P_N} \quad (3.37)$$

Στη συνέχεια, πρέπει να υπολογιστεί ο λόγος σήματος-προς-θόρυβο SNR_{out} στην έξοδο του δέκτη. Το σήμα $e_i(t)$, που εισάγεται στο φίλτρο, θα έχει τη μορφή:

$$\begin{aligned}
e_i(t) &= s(t)\cos(\omega_c t) + N(t)\cos(\omega_c t) \\
&= \frac{1}{2}m(t) + \frac{1}{2}m(t)\cos(2\omega_c t) + n_c(t)\cos^2(\omega_c t) - n_s(t)\cos(\omega_c t)\sin(\omega_c t) \\
&= \frac{1}{2}m(t) + \frac{1}{2}m(t)\cos(2\omega_c t) + \frac{1}{2}n_c(t) + \frac{1}{2}n_c(t)\cos(2\omega_c t) - \frac{1}{2}n_s(t)\sin(2\omega_c t) \quad (3.38)
\end{aligned}$$

Όταν το $e_i(t)$ περάσει από το φίλτρο, θα "απομείνουν" μόνο οι υπογραμμισμένοι όροι $0.5m(t) + 0.5n_c(t)$ και θα "απορριφθούν" όλοι οι άλλοι, που είναι κεντραρισμένοι γύρω από τη συχνότητα $2\omega_c$. Έτσι, η έξοδος $e_o(t)$ του φίλτρου είναι:

$$e_o(t) = 0.5m(t) + 0.5n_c(t) \quad (3.39)$$

Η ισχύς του σήματος $0.5m(t)$ είναι $0.25P_M$. Ακόμα, μπορεί να αποδειχτεί η ισχύς του $n_c(t)$ είναι ίση με P_N , οπότε η ισχύς του $0.5n_c(t)$ είναι βέβαια $0.25P_N$. Συνεπώς, ο λόγος σήματος-προς-θόρυβο SNR_{out} στην έξοδο θα είναι:

$$SNR_{out} = \frac{P_M}{P_N} \quad (3.40)$$

Έτσι, η απολαβή φώρασης a θα είναι για το σύστημα *DSB*:

$$a = \frac{SNR_{out}}{SNR_{in}} = 2 \quad (3.41)$$

Η φυσική σημασία του αποτελέσματος αυτού είναι η εξής: ο θόρυβος έχει δύο όρους [βλέπε εξίσωση (3.33)] και η ισχύς του είναι μοιρασμένη εξίσου σ' αυτούς στην είσοδο. Όμως, στην έξοδο ο ένας από τους δύο όρους [$n_s(t)\sin(\omega_c t)$] εξαφανίζεται λόγω του πολλαπλασιασμού με το $\cos(\omega_c t)$, οπότε μισή από την ισχύ του θορύβου απορρίπτεται από το δέκτη και το αποτέλεσμα είναι $a = 2$.

3.7.2 Το σύστημα *AM*

Στο σύστημα *AM* το σήμα που φτάνει στο δέκτη είναι της μορφής:

$$s(t) = A_c[1 + m(t)]\cos(\omega_c t) = [A_c + m'(t)]\cos(\omega_c t) \text{ με } m'(t) = A_c m(t) \quad (3.42)$$

και ο αποδιαμορφωτής του συστήματος αυτού, που ουσιαστικά είναι ένας φωρατής περιβάλλουσας (βλέπε Σχήμα 3.5), θα δώσει στην έξοδο του το σήμα:

$$e_o(t) = A_c[1 + m(t)] = [A_c + m'(t)] \quad (3.43)$$

που είναι βασικά το πληροφοριακό σήμα $m'(t)$ (μαζί βέβαια με τη συνεχή συνιστώσα, που, όπως έχει ήδη ειπωθεί, δεν παίζει ρόλο). Όταν υπάρχει θόρυβος $N(t)$, αυτός είναι πάλι στενής ζώνης και το σήμα, που φθάνει στο δέκτη, θα είναι:

$$z(t) = s(t) + n_c(t)\cos(\omega_c t) - n_s(t)\sin(\omega_c t) \quad (3.44)$$

Αν ο θόρυβος έχει ισχύ P_N , λαμβάνοντας υπόψη ότι το τμήμα του $s(t)$, που περιέχει το $m'(t)$ είναι το $m'(t)\cos(\omega_c t)$ (οπότε η ισχύς θα είναι $0.5P'_M$), ο SNR_{in} στην είσοδο θα είναι:

$$SNR_{in} = \frac{P'_M}{2P_N} \quad (3.45)$$

$$\text{Αφού } z(t) = A_c + m'(t) + n_c(t)\cos(\omega_c t) - n_s(t)\sin(\omega_c t) \quad (3.46)$$

πρέπει να μετατραπεί το $z(t)$ της εξίσωσης (3.46) σε όρο με ένα συνημίτονο. Χρησιμοποιώντας γνωστούς τριγωνομετρικούς τύπους η εξίσωση (3.46) γράφεται:

$$z(t) = x(t)\cos[\omega_c t + \varphi(t)] \quad (3.47)$$

$$\text{όπου } x(t) = \sqrt{[A_c + m'(t) + n_c(t)]^2 + n_s^2(t)} \quad (3.48)$$

$$\text{και } \varphi(t) = \tan^{-1} \left[\frac{n_s(t)}{A_c + m'(t) + n_c(t)} \right] \quad (3.49)$$

Η έξοδος του αποδιαμορφωτή περιβάλλουσας θα είναι:

$$e_o(t) = x(t) \quad (3.50)$$

Αν ο θόρυβος δεν είναι πολύ μεγάλος, έτσι ώστε να ισχύει:

$$n_s^2(t) \ll [A_c + m'(t) + n_c(t)]^2 \quad (3.51)$$

τότε από τις εξισώσεις (3.48) και (3.50) προκύπτει:

$$e_o(t) = A_c + m'(t) + n_c(t) \quad (3.52)$$

Συνεπώς, στην έξοδο η ισχύς του σήματος αυτού είναι P'_M , η ισχύς του θορύβου P_N , οπότε ο SNR_{out} στην έξοδο είναι:

$$SNR_{out} = \frac{P'_M}{P_N} \quad (3.53)$$

και η απολαβή φώρασης προκύπτει με τη βοήθεια της (3.45) ότι είναι:

$$a = \frac{SNR_{out}}{SNR_{in}} = 2 \quad (3.54)$$

που είναι ίδια με το αποτέλεσμα που βρέθηκε στο *DSB*. Φυσικά, πρέπει κανείς να είναι επιφυλακτικός, όσον αφορά την εγκυρότητα του αποτελέσματος αυτού, αφού βασίζεται στην παραδοχή (3.51). Από την άλλη πλευρά, για να είναι η ισχύς $0.5P'_M$ στο πληροφοριακό σήμα $m'(t)$ στην είσοδο του αποδιαμορφωτή περιβάλλουσας, το $m'(t)$ θα πρέπει να έχει περίπου την τριπλάσια ισχύ, από αυτή που χρειάζεται το $m(t)$ στο σύστημα *DSB*. Επομένως, είναι φανερό ότι το αποτέλεσμα της εξίσωσης (3.54) δείχνει σχετικά αναξιόπιστο. Έτσι, στην πράξη στο σύστημα *AM* η απολαβή φώρασης είναι μικρότερη από δύο ($a < 2$), δηλαδή το σύστημα *DSB* είναι καλύτερο. Βέβαια δεν πρέπει να ξεχνά κανείς ότι το σύστημα *AM* έχει τον απλό και φτηνό αποδιαμορφωτή περιβάλλουσας, στοιχείο που το κάνει να υπερτερεί από το *DSB*.

3.7.3 Το σύστημα *SSB*

Το σύστημα αυτό δεν θ' αναλυθεί με λεπτομέρεια και θα δοθούν μόνο τα αποτελέσματα χωρίς απόδειξη. Έτσι, το σύστημα αυτό παρουσιάζει απολαβή φώρασης $a = 1$. Εκ πρώτης όψεως φαίνεται ότι το σύστημα *SSB* είναι χειρότερο από το *DSB*, ή ακόμα και από το *AM*, αλλά δεν πρέπει να ξεχνά κανείς ότι απαιτεί το μισό εύρος ζώνης και τη μισή (σχετικά με το *DSB*) ισχύ από τα δύο προηγούμενα συστήματα. Το φαινόμενο αυτό είναι γενικό και δεν παρατηρείται μόνο στα συστήματα της διαμόρφωσης πλάτους. Κάποιο σύστημα διαμόρφωσης υπερτερεί σε κάποιο τομέα σε σχέση με κάποιο άλλο σύστημα, αλλά ταυτόχρονα θα υστερεί κάπου αλλού. Έτσι, μόνο ανάλογα με τη συγκεκριμένη εφαρμογή μπορεί κανείς να διαλέξει ένα συγκεκριμένο σύστημα "ζυγίζοντας" τα υπέρ και τα κατά του.